Eine oszillographische Methode zur Untersuchung von Trockengleichrichter-Randschichten*.

Von ARNULF HOFFMANN.

(Mitteilung aus der Dienststelle Pretzfeld der Siemens-Schuckertwerke.)

Mit 11 Textabbildungen.

(Eingegangen am 31. Januar 1950.)

I. Einleitung.

In seiner "Vereinfachten und erweiterten Theorie der Randschichtgleichrichter" gibt W. Schottky [1] eine Methode zur Bestimmung der Störstellendichte an. Dadurch wird es möglich, die von der Theorie gegebenen Zusammenhänge zwischen Störstellendichte und elektrischen Gleichrichtereigenschaften zu prüfen. Die Methode läuft experimentell auf die Messung der Randschichtkapazität in Abhängigkeit von der Vorspannung u hinaus. Es liegt zunächst nahe, hierfür eine Scheinwiderstandsbrücke zu benutzen, weil man mit dieser die genauesten Kapazitätswerte gewinnt. Gegen eine Brückenmessung bestehen jedoch gewisse Bedenken. Die Aufnahme einer C(u)-Kurve nimmt einmal verhältnismäßig viel Zeit in Anspruch, da für jeden einzelnen Meßpunkt sowohl Widerstand wie Kapazität abgeglichen werden müssen; zum anderen sprechen beim Selengleichrichter eine Reihe von Erfahrungen dafür, daß durch das Anlegen der notwendigen Gleichvorspannung reversible, teils auch irreversible Veränderungen in der Störstellendichte hervorgerufen werden. Sofern nun derartige Störstellenverlagerungen auftreten, ist es nicht mehr möglich, die zu ein und derselben Störstellenverteilung gehörende C(u)-Kurve zu erfassen, weil ja jeder einzelne Meßpunkt eine andere Vorspannung benötigt und sich deshalb von Meßpunkt zu Meßpunkt stets eine neue Störstellenverteilung einstellen würde; d. h. die Voraussetzungen für eine Störstellenbestimmung sind nicht mehr gegeben. Eine völlig andere Möglich-keit bietet nun die von K. Lеноvес [2] vorgeschlagene oszillographische Methode¹, bei der der gesamte Spannungsbereich im Bruchteil einer Sekunde durchlaufen wird. Diese sog. "Schleifenmethode" soll nun im folgenden beschrieben und ihr Anwendungsbereich diskutiert werden.

II. Die Methode und ihre Voraussetzungen.

Wir beschränken uns auf die Untersuchung von Flächengleichrichtern und setzen homogene Verhältnisse in der ganzen Fläche voraus; es handelt sich also im folgenden um ein ebenes Problem.

Ein Randschichtgleichrichter, der bekanntlich aus einer Metallelektrode, einer das Gleichrichterverhalten bestimmenden Randschicht und der Bahn des quasineutralen Halbleiters mit einer sperrfrei kontaktierten zweiten Elektrode besteht, läßt sich bis zu gewissen

* Vorgetragen auf der Physikertagung in Bonn am 24.9.49.

1 Das Meßprinzip war uns schon aus einer brieflichen Mitteilung bekannt, die Herr Lehovec im Jahre 1945 freundlicherweise Herrn Schottky machte und für die ihm hier nochmals verbindlichst gedankt sei.

Frequenzen 2 elektrisch durch eine Parallelschaltung von Widerstand und Kapazität, sowie einen vergeschalteten niederohmigen Bahnwiderstand ersatzweise beschreiben (Abb. 1). Da sich die Grenze der Raumladungsschicht mit der anliegenden Spannung verschiebt, sind die der Randschicht entsprechenden Elemente R und C der Parallelschaltung jedoch stark spannungsabhängig.

Die von W. Schottky angegebene Methode zur Störstellenbestimmung, die allerdings nur im Fall der Störstellenerschöpfung anwendbar ist, basiert auf der Messung der Randschichtkapazität in Abhängigkeit von der Vorspannung u. Zunächst kann die Breite der Raumladungsschicht direkt aus der Kapazität entnommen werden, da sich die Raumladungsschicht wie ein Plattenkondensator verhält.

$$c = \frac{\varepsilon}{4\pi l} \tag{1}$$

(Hierin bezeichnet c die auf $1\,\mathrm{cm^2}$ bezogene differentielle Kapazität $d\,q/d\,u$, nämlich das Verhältnis von Ladungsstauung $d\,q$ bei einer Spannungsänderung $d\,u$ und l die Dicke der Raumladungsschicht; es wird das cgs-System verwendet.) Die Störstellendichte n_A ergibt sich aus 3

$$\frac{1}{n_A} = \frac{\varepsilon e}{8\pi} \frac{d\left(\frac{1}{c}\right)^2}{du} \,. \tag{2}$$

Nachdem also die Randschichtkapazität c=f(u) gemessen ist, muß man zur Auswertung die Kurve $1/c^2=g(u)$ (graphisch)

 2 An Cu $_2{\rm O}$ -Gleichrichtern stellt man eine Frequenzgrenze von etwa 10 kHz fest, oberhalb der sich Abweichungen an einem für die Ersatzschaltung gültigen Halbkreisdiagramm zeigen. Bei Selengleichrichtern liegt die Grenze tiefer, etwa in der Gegend von 2 kHz.

 3 Die Formel (2) läßt sich in wenigen Zeilen ableiten. Bei einer Spannungsänderung du verbreitet sich die Raumladungszone und schafft an der Grenze eine Ladungszunahme

$$dq = e \, n_A \, (l) \, dl \,. \tag{3}$$

Die hierdurch entstehende zusätzliche Feldstärke $d\mathfrak{E}=\frac{4\pi}{\varepsilon}\,dq$ steht andererseits mit dem Spannungszuwachs du in Beziehung

$$du = ld \, \mathfrak{E} = \frac{4\pi \cdot e}{\varepsilon} \, n_A \cdot l \cdot dl \,. \tag{4}$$

Der Quotient dq/du=c liefert die schon oben gebrachte Kondensatorformel (1), die dazu benutzt wird, die Breite l zu eliminieren und durch die direkt zu messende Kapazität zu erretzen. Mit

$$l = \frac{\varepsilon}{4\pi} \cdot \frac{1}{c}$$
 und $l dl = \frac{1}{2} dl^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon}{4\pi}\right)^2 d\left(\frac{1}{c}\right)^2$

gewinnt man aus (4) die Bestimmungsgleichung (2) für die Störstellendichte. Bei dieser Ableitung ist stillschweigend die Diffusionsspannung V_D unabhängig von der Vorspannung u angesetzt worden, sie taucht deshalb gar nicht in der Ableitung auf. In Wirklichkeit ist gerade bei ortsveränderlicher Störstellenkonzentration V_D spannungsabhängig. Die Schottkysche Beziehung gilt aber auch dann unverändert weiter, s. E. Spenke [3].

differenzieren und die Störstellendichte n_A nach Gl. (2) berechnen. Die zu jeder einzelnen Spannung gehörende Randschichtbreite ergibt sich aus der Kondensatorformel (1), so daß man die Störstellendichte n_A in Abhängigkeit von l auftragen kann (Abb. 2). Im Hinblick auf eine Auswertung

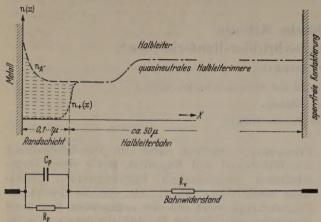


Abb. 1. Aufbau eines Randschichtgleichrichters. Oben: Störstellendichte innerhalb des Halbleiters (Defektleitung!), unten: elektrisches Ersatzbild.

seien die Formeln (1) und (2) noch einmal in praktischen Einheiten für einen Gleichrichter von der Fläche F wiedergegeben (Induktionskonstante $\varepsilon_0=8,86\cdot 10^{-14}\,\mathrm{A\,sec/V\,cm})$:

$$l = \varepsilon_0 \frac{\varepsilon F}{C}, \tag{1a}$$

$$n_A = rac{2}{arepsilon_0 \, e \, e} \, rac{d \, u}{d \left(rac{1}{C}
ight)^2} \, .$$
 (2a)

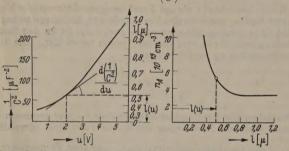


Abb. 2. Bestimmung der Störstellendichte aus der Randschichtkapazität C(u) nach Gl. (2) und (1) (vgl. W. Schottky a. a. O.).

Die oszillographische Kapazitätsmessung macht sich die bei sinusförmiger Spannung auftretende Phasenverschiebung zunutze. Diese kann bequem am BRAUNschen Rohr sichtbar gemacht werden, indem man

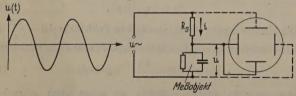


Abb. 3. Prinzip der oszillographischen Kapazitätsmessung.

Strom und Spannung an je ein Ablenksystem legt (Abb. 3). Ein rein Ohmscher Widerstand erscheint hierbei — wegen der Phasenverschiebung Null — als schräger Strich, dessen Neigung ein Maß für den Leitwert darstellt. Ein idealer Kondensator mit der Phasenverschiebung $\pi/2$ ergibt andererseits eine waagrechte Ellipse, deren senkrechte Achse dem kapazitiven Strom proportional ist. Bei einer Parallelschaltung von R und C schließlich addieren sich die Momentanströme und die beiden ersten Figuren

setzen sich zu einer schrägliegenden Ellipse zusammen Die senkrechte Aufspaltung ist wiederum der Kapa zität proportional. Der zur Senkrechten konjugiert Ellipsendurchmesser entspricht dem Widerstand bzw dessen Leitwert (vgl. die drei oberen Oszillogramme der Abb. 4).

Der neuartige Gedanke von Lehovec beruht nur darin, diese Art der Kapazitätsmessung auch in solcher Fällen anzuwenden, in denen die einzelnen Elemente I und C spannungsabhängig sind. Auf dem Leucht schirm erhält man dann allerdings nicht mehr eine Ellipse, sondern das allgemeinere Bild einer Schleife

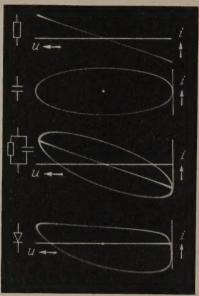


Abb. 4. Oszillogramme (aufgenommen bei 1500 Hz). 1. Ohmscher Wider stand R; 2. Kapaziţät C; 3. Parallelschaltung $R \parallel C$, sowie R ohne C 4. Selengleichrichter. (Ebenso wie bei den Abb. 7 und 8 ist der Spannungs nullpunkt durch eine überlagerte Gleichspannung nach rechts verschoben senkrechte Linie! Die waagrechte Bezugslinie ist dagegen nicht mit der Nullinie des Stromes i identisch, sondern soll nur die waagrechte Richtung festlegen.)

(Abb. 4 unten). Es gelten aber noch ähnlich einfache Beziehungen, was in den folgenden Gleichungen nachgewiesen wird.

Die an der Parallelschaltung $R(u) \parallel C(u)$ liegende sinusförmige Spannung sei außerdem von einer Gleichspannung U_{-} überlagert, die eine Verschiebung des Aussteuerungsbereiches ermöglichen soll:

$$u(t) = U_{-} + U_{0} \sin \omega t. \tag{8}$$

Der durch beide Elemente R und C fließende Gesamtstrom beträgt

$$i(t) = \frac{u(t)}{R(u)} + C(u)\frac{du}{dt}, \tag{6}$$

(wo C(u) wiederum die differentielle Kapazität dq/du bezeichnet). Nach Einsetzen von $du/dt = \omega U_0 \cdot \cos \omega t$ und einer Umformung erhält man aus Gl. (6)

$$\frac{iR - u}{\omega \, CR \, U_0} = \cos \omega \, t \tag{7}$$

und entsprechend aus Gl. (5)

$$\frac{u - U_{=}}{U_{0}} = \sin \omega t. \tag{8}$$

Quadriert und addiert man diese beiden Beziehungen, so gewinnt man eine quadratische Gleichung für den Strom i(t) bzw. — unter Verzicht auf den Parameter t — für den Strom i in Abhängigkeit von der Spannung u.

Die beiden Lösungen $i_1(u)$ und $i_2(u)$ stellen je einen Zweig der oszillographischen Schleife dar (Abb. 5) und

$$i_{1} = \frac{u}{R} + \omega C \sqrt{U_{0}^{2} - (u - U_{-})^{2}}$$

$$i_{2} = \frac{u}{R} - \omega C \sqrt{U_{0}^{2} - (u - U_{-})^{2}}.$$
(9)

 ${
m Aus}$ (i_1-i_2) — der senkrechten Aufspaltung der Schleife — gewinnt man eine Beziehung für die spannungsabhängige (differentielle) Kapazität

$$C(u) = \frac{i_1 - i_2}{2\omega \sqrt{U_0^2 - (u - U_{=})^2}}.$$
 (10)

Weiterhin bestimmt sich aus $(i_1 + i_2)/2$ – das ist die Mittellinie der Schleife - der spannungsabhängige Ohmsche Anteil

$$R(u) = \frac{2u}{i_1 + i_2} \,. \tag{11}$$

Nach der obigen Darstellung ergeben sich nun die folgenden Voraussetzungen für die Anwendung der oszillographischen Kapazitätsmeßmethode:

1. In seinem elektrischen Verhalten muß sich der Randschichtgleichrichter durch eine Parallelschaltung von Kapazität und Widerstand beschreiben lassen; jedes einzelne Element darf eine von der Momentanspannung abhängige Größe sein.

Das vollständige Ersatzbild des Gleichrichters enthält, wie schon oben erwähnt wurde, noch den vorgeschalteten niederohmigen Bahnwiderstand. Damit die Voraussetzung 1 wenigstens näherungsweise erfüllt ist, wird es notwendig sein, einmal den ausgesteuerten Spannungsbereich und zum anderen das Frequenzgebiet so zu beschränken, daß der Bahnwiderstand R_v stets klein ist gegen jedes einzelne Element $R_p(u)$ und $\frac{1}{\omega C_p(u)}$ (vgl. Abb. 1).

Element
$$R_p(u)$$
 und $\frac{1}{\omega C_p(u)}$ (vgl. Abb. 1).

2. Es wird [nach Gl. (5)] eine sinusförmige Spannung direkt am Meßobjekt verlangt. Diese Forderung ist wegen der spannungsabhängigen Elemente R und Cdes Meßobjektes nur zu erfüllen, wenn der übrige Teil des Stromkreises sehr niederohmig ist, damit die sinusförmig erzeugte EMK ohne wesentliche Verzerrung am Gleichrichter aufrechterhalten werden kann. Das bezieht sich vor allem auf den Innenwiderstand des Generators und auf den zur Strommessung dienenden Vorwiderstand R_s .

III. Die experimentelle Durchführung.

Die Meßanordnung ist in Abb. 6 unter Beschränkung auf die wesentlichen Teile dargestellt. Spannungsquelle dient ein Schwebungssummer mit anschließendem Kraftverstärker (Ausgangsleistung 25 W). Es kommt in diesem Falle weniger auf die Leistungsausnutzung als auf die Forderung nach einer Stromquelle mit möglichst kleinem inneren Widerstand an. Die in Reihe geschaltete Batterie dient dazu, den Aussteuerungsbereich der Wechselspannung ins Sperrgebiet zu verschieben, weil nur dann gemäß Voraussetzung 1 der Scheinwiderstand der Randschicht groß gegen den Bahnwiderstand ist und dieser daher vernachlässigt werden darf. Der Strom i wird an dem vorgeschalteten Ohmschen Widerstand R_s abgegriffen. Er wird so klein gehalten, daß der Spannungsabfall an R_s (etwa 10 mV) stets klein gegen die

Zellenspannung bleibt. Zur Aussteuerung des Braunschen Rohres wird daher eine entsprechend hohe Verstärkung notwendig. Für die am Meßobjekt liegende Spannung reicht hingegen ein einstufiger Verstärker aus. Es ist zweckmäßig, an dieser Stelle einen Gleichspannungsverstärker zu verwenden. Man gewinnt dadurch unter anderem eine einwandfreie Nullinie für die Spannungseichung. Die Phasenreinheit dieser beiden Verstärker ist für eine möglichst genaue

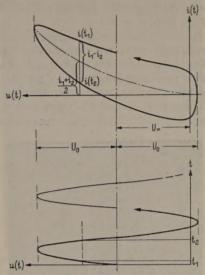


Abb. 5. Oszillographische Schleife bei spannungsabhängigen Elementen Rund C einer Parallelschaltung.

Kapazitätsbestimmung entscheidend, da ja die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung am Meβobjekt auf dem Leuchtschirm richtig wiedergegeben werden soll. Es kommt dabei einmal auf die gleiche Phasendrehung in beiden Verstärkern sowie - wegen der im Strom i auftretenden Oberwellen - auf einen

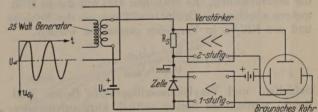


Abb. 6. Meßanordnung zur Bestimmung von Randschichtkapazitäten.

möglichst geringen Frequenzgang der Phasenwinkel an. Man erreicht dies am ehesten, wenn man die absolute Phasendrehung in beiden Verstärkern extrem klein hält. Die naheliegende Lösung, zwei völlig gleichartige Verstärker aufzubauen, wurde nicht gewählt, weil, wie schon oben erwähnt, die an beide Verstärker gestellten Forderungen sehr verschieden sind. Durch Vermeidung aller überflüssigen R-C-Glieder und unter Verwendung von Röhren mit sehr kleinen Innenkapazitäten (Siemens C3e) ist es in unserer Anordnung gelungen, für den Bereich von 250 bis 8000 Hz einen verschwindenden Phasenfehler zu erzielen¹.

Die Phasenreinheit läßt sich leicht überprüfen, indem man einen rein Ohmschen Widerstand als Meßobjekt benutzt. Haben beide Verstärker den gleichen

Geringe Phasenfehler lassen sich noch durch den Einbau kleiner Kapazitäten (von wenigen pF) in die Gitterkreise unterdrücken. Es muß allerdings auf den richtigen Frequenzgang der so erzeugten Phasenkorrektur geachtet werden.

Gang der Phasendrehung, so sieht man bei Veränderung der Meßfrequenzen in dem gesamten Bereich nur einen Strich auf dem Leuchtschirm (vgl. Abb. 4, oben).

Als Braunsches Rohr stand ein Philips-Rohr der Type DN 9—3 zur Verfügung. Die Schleifenoszillogramme wurden mit einer Voigtländer Plattenkamera (Blende 1:3,5) aufgenommen. Durch den Einbau einer speziellen Vorrichtung war es möglich, die Kassette an der hinteren Kameraöffnung vorbeizuschieben und so mehrere Schleifenoszillogramme auf eine Platte zu bringen (vgl. Abb. 4 und 8).

Eine erhöhte Genauigkeit konnte schließlich mit einem Vergleichsverfahren erzielt werden, bei dem im Anschluß an das Schleifenoszillogramm die waagrechte Ellipse einer geeichten Kapazität C_0 mit der gleichen Spannungsbelastung aufgenommen wurde. Bei diesem Verfahren fällt einmal die langwierig zu berechnende Wurzel der Gl. (10) fort und zum anderen spart

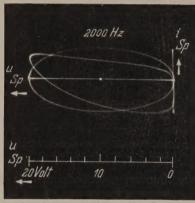


Abb. 7. Vereinfachte Auswertung durch Vergleich von Schleife des Meßobjekts und Ellipse einer Normalkapazität (0,083 μF).

man, sofern der Stromverstärker linear arbeitet, auch die Stromeichung. Es brauchen also nur die in Millimetern abgelesenen Ordinatendifferenzen der Schleife und der Ellipse in Vergleich gesetzt zu werden.

$$C(u) = \frac{(i_1-i_2)_{\mathrm{Zelle}}}{(i_1-i_2)_{\mathrm{Kap}}} \cdot C_0 \,. \label{eq:constraint}$$

Schleifen- und Vergleichsoszillogramm (sowie Nulllinien) werden am besten zeitlich kurz aufeinanderfolgend auf ein und derselben Stelle der Photoplatte aufgenommen (Abb. 7).

Zur Erzielung einer möglichst großen Genauigkeit ist nicht nur die Konstanz der niederfrequenten Meßspannung, sondern auch die der Anodenspannung von Verstärkern und Braunschem Rohr erforderlich.

IV. Fehlerquellen und Grenzen der Anwendung.

Im Abschnitt II wurde schon betont, daß die oszillographische Bestimmung der Randschichtkapazität an einige Bedingungen geknüpft ist, die sich bei der praktischen Durchführung nicht streng einhalten lassen. Die auf diese Weise entstehenden Fehler müssen nun in erträglichen Grenzen bleiben; sie schränken den Anwendungsbereich der Methode dementsprechend ein. Die wesentlichen Fehlerquellen sollen im folgenden diskutiert werden:

a) Bei einer Auswertung nach der Formel (10) und (11) wird der Scheinwiderstand des Gleichrichters dargestellt als Parallelschaltung von Widerstand R und Kapazität C. Um nun aber die der Randschicht

entsprechenden Größen R_p und C_p richtig zu erfassen, müßte das Ersatzbild durch einen vorgeschalteten Bahnwiderstand R_v erweitert werden (vgl. Abb. 1). Andererseits kann natürlich stets ein Scheinwiderstand, bestehend aus $R_p \parallel C_p$ in Reihe mit R_v aus einer Parallelschaltung von $R \parallel C$ aufgebaut werden, wobei R und C allerdings mit wachsender Frequenzabnehmen, und zwar bei niedrigen Frequenzen unmerklich wenig, mit höheren Frequenzen aber immer stärker. Durch Gleichsetzen der Scheinwiderstände der beiden genannten Ersatzbilder ergeben sich für hinreichend kleine Bahnwiderstände R_v die folgenden Näherungsformeln:

$$\frac{C_p}{C} = 1 + 2 \frac{R_v}{R_p} + \left(\frac{\omega}{\omega_r}\right)^2 \cdots$$

$$\frac{R_p}{R} = 1 - \frac{R_v}{R_p} + \frac{\omega^2}{\omega_{\ell} \cdot \omega_p} \cdots$$

Darin bezeichnen $\omega_r = \frac{1}{R_v \, C_p}$ die Grenzfrequenz der Reihenschaltung von R_v und C_p und $\omega_p = \frac{1}{R_p \, C_p}$ die jenige der Parallelschaltung von R_p und C_p . Die Abweichung in den Kapazitätswerten ist also unerheblich, sofern $R_v \ll R_p$ und die Frequenz außerdem weit unterhalb von ω_r bleibt. Die Fehler in der Widerstandsberechnung setzen dagegen schon be tieferen Frequenzen ein $(\omega \ll \sqrt{\omega_r \, \omega_p})$.

Die beiden Abschätzungsformeln sind allerdings nur für Ersatzschaltungen mit konstanten Elementer berechnet worden. Bei Gleichrichtern ist die Spannungsabhängigkeit der Randschichtkapazität und der Randschichtwiderstandes zu berücksichtigen. Die obengenannten Bedingungen müssen demnach für alle innerhalb des gesamten Aussteuerungsbereiches auf tretenden Momentanwerte C(u) und R(u) erfüllt sein 1

Die Vernachlässigung des Bahnwiderstandes im Ersatzbild begrenzt also das Frequenzgebiet nach oben hin und engt außerdem den Aussteuerungs bereich der Spannung ein. Bei Beschränkung auf das Sperrgebiet und Vermeidung extrem hoher Sperr spannung hat man bei Selengleichrichtern ein Widerstandsverhältnis R_v/R_p von etwa 10^{-4} . Die Frequenz grenze für die Kapazitätsbestimmung liegt bei dieser Objekten weit oberhalb von $10^4\,\mathrm{Hz}$.

b) Die Methode setzt weiterhin eine Sinusform der Wechselspannung voraus. Da neben u(t) auch die Ableitung du/dt in die Berechnung eingeht, mußbesonderer Wert auf eine einwandfreie Kurvenform gelegt werden. Nun könnte zunächst schon die

$$au^0 = rac{C_p}{1/R_p + 1/R_v^*} pprox R_v^* \cdot C_p$$

des Stromkreises sind, praktisch als konstant annehmen darf In die Zeitkonstante τ_0 des Stromkreises gehen allerdings sämtliche in Reihe zum Parallelzweig liegenden Widerständt des Kreises $R_v+R_s+R_i=R_v^*$ ein. Mit $R_v^*\simeq 10~\Omega$ und der C_p -Werten der üblichen 45 mm \varnothing -Selenscheibe wird τ_0 im ungünstigen Fall $\leq 5\cdot 10^{-6}$ sec, während die Viertelperiode der meistens verwendeten Meßfrequenz von 2000 Hz = 1,2 10^{-4} sec beträgt.

 $^{^1}$ Genau genommen sind die oben genannten Formeln zur Fehlerabschätzung, die für konstante Größen R und C ab geleitet worden sind, auf die in unserem Falle vorliegender spannungsabhängigen Elemente nicht anwendbar. Man dar die Abschätzung aber in der oben angegebenen Weise au spannungsabhängige Elemente übertragen, wenn man die Größen $C_p(u)$ und $R_p(u)$ innerhalb von Zeitintervallen Δt , die selbst noch groß gegen die Zeitkonstante

rvenform der im Generator erzeugten EMK fehlerft sein. Von deren Güte überzeugt man sich leicht, dem man ein Schleifenoszillogramm mit einer reinen apazität als Meßobjekt aufnimmt und prüft, wie sit die Ordinatendifferenzen der Ellipsengleichung horchen.

c) Bei spannungsabhängigen Objekten, wie sie die ockengleichrichter darstellen, kann nun außerdem e Sinusform der EMK infolge der übrigen im Stromeis liegenden Widerstände verformt werden. Um otzdem die am Meßobjekt geforderte Sinusform zu währleisten, muß die im Abschnitt II erwähnte edingung

$$\Re_i + R_s \ll \Re_{\mathbf{Z} ext{elle}}$$

füllt sein. Der Widerstand R_s kann leicht klein nug gehalten werden, wenn nur der anschließende erstärker ausreichend bemessen wird. Der innere iderstand des Generators ist dagegen frequenzbhängig. Für höhere Frequenzen werden die Streuduktivitäten des Ausgangsübertragers bestimmend in und somit wird der Innenwiderstand Ri mit zuehmender Frequenz wachsen. Umgekehrt nimmt er Scheinwiderstand des Gleichrichters mit steigener Frequenz ab. Auch diese Bedingung ergibt iederum eine Begrenzung des Frequenzbandes nach ben hin. In der vorliegenden Anordnung liegt die ch hieraus ergebende Grenze wesentlich tiefer als ie, welche oben unter a) gefordert wurde (z. B. hat $_{i}$ bei 2000 Hz den Wert von 5 Ω , bei 8000 Hz daegen von etwa $20\,\Omega$, während der Scheinwiderstand ner Selenscheibe im gleichen Intervall von etwa $000\,\Omega$ auf etwa den vierten Teil abfällt. Bei den lessungen wurde daher die Frequenz von 4000 Hz icht überschritten).

Eine Verformung der Sinusspannung durch ein ngünstiges Verhältnis von $\frac{\Re_i + R_s}{\Re_{\text{Zelle}}}$ kann ebenfalls achgeprüft werden. Hierbei legt man die Ausgangspannung des Schwebungssummers an das waagechte und die Spannung am Meßobjekt an das senkechte Plattenpaar. Infolge der Phasenverschiebung rgibt sich wiederum eine schrägliegende Ellipse. Formfehler der Spannung am Meßobjekt machen sich a Abweichungen von der Ellipsenform bemerkbar. Benutzt man nun als Meßobjekt einmal ein spannungsmabhängiges Ersatzbild und das andere Mal eine Gleichrichterzelle und nimmt beide Oszillogramme auf, so lassen sich die Abweichungen von der Ellipsem zweiten Falle bequem feststellen.

d) Schließlich ergibt sich noch eine weitere Fehlerquelle, die nicht durch das Meßverfahren bzw. durch lie Schaltung, sondern allein durch eine speziell dem Selengleichrichter eigentümliche Eigenschaft bedingt st. Bekanntlich zeigt die Sperrkennlinie eines Selengleichrichters eine Überschneidung, wenn sie mit liefen Frrequenzen aufgenommen und weit genug ins Sperrgebiet ausgesteuert wird (Abb. 8). Bei Steigerung der Frequenz setzt die Überschneidung erst später ein und verschwindet schließlich vollends. Es nandelt sich dabei um einen gleichsam "induktiv" wirkenden Trägheitseffekt, der die kapazitive Aufspaltung kompensiert. Auf eine physikalische Deutung soll hier nicht näher eingegangen werden.

Es entsteht nun die Frage, in welchem Maße fälscht diese Anomalie in der Kennlinie auch noch die

bei höheren Frequenzen gemessenen Randschichtkapazitäten, wenn die Schleife wegen der mit der Frequenz proportionalen Kapazitätsaufspaltung keine Überschneidung mehr zeigt. Zur Klärung dieser Frage sind an einigen Gleichrichtern mehrere Schleifen mit verschiedenen Frequenzen aufgenommen und diese

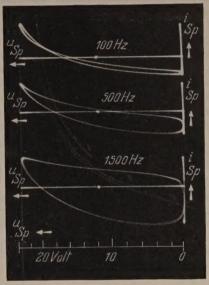


Abb. 8. Schleifenoszillogramme eines Selengleichrichters. Bei tiefen Frequenzen zeigt die Schleife eine Überschneidung.

auf ihre Kapazität hin ausgewertet worden. Das Ergebnis einer solchen Meßreihe zeigt Abb. 9. Die Schleifen bei 100 und 250 Hz zeigen noch eine deutliche Überschneidung; die Kapazitätskurven sind

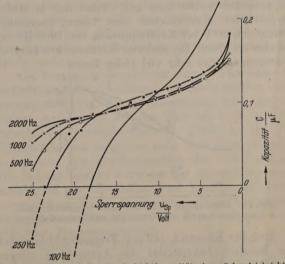
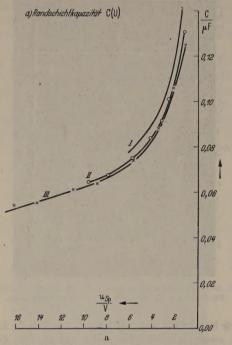


Abb. 9. Bestimmung der Randschichtkapazität eines Selengleichrichters bei verschiedenen Meßfrequenzen zur Prüfung der "Kapazitätsanomalie".

daher in Abb. 9 mit der Spannungsachse zum Schnitt gebracht und darüber hinaus fortgesetzt worden, obwohl den Kurven dort selbstverständlich keine reale Bedeutung zuzumessen ist. Aus der Auftragung ist nun zu ersehen, daß die Kapazitätskurven — abgesehen von der Kurve für 100 Hz und gegebenenfalls auch für 250 Hz — zu einem Bündel zusammenfallen, aus dem sie sich erst bei höheren Spannungen herauslösen, und zwar um so später, je höher die Frequenz ist. Man darf also die oben aufgeworfene Frage dahingehend beantworten, daß die Fälschung des mit

der Schleife gemessenen Kapazitätswertes erst bei höheren Spannungen einsetzt, und zwar bei den Werten, bei denen die Kapazitätskurve sich aus dem gemeinsamen Kurvenbündel herauslöst. Die hier besprochene Anomalie grenzt einmal den Frequenzbereich "nach unten ab und daneben den Aussteuerungsbereich der Spannung nach oben. Bezüglich der durchgemessenen



Trockengleichrichtern nachgeprüft werden, da ja wesentliche Fehlermöglichkeiten allein durch spezielle Eigenschaften dieser Objekte (Spannungsabhängig keit usw.) bedingt sind. Zur Kontrolle der Schleifen methode wurden daher einige Selengleichrichter ver gleichsweise in einer Scheinwiderstandsmeßbrücke durchgemessen. Es waren hierfür solche Selenscheiber ausgewählt worden, bei denen sich Störstellenverlage rungen kaum bemerkbar machten, um die oben an gedeuteten Fehlermöglichkeiten der Meßbrücke aus zuschalten. Die Ergebnisse einer derartigen Messung sind in Abb. 10 aufgetragen¹. Die Abweichung beide Methoden in den Absolutwerten können wir hie übergehen², weil es bei der Störstellenbestimmung nach Gl. (2) vornehmlich auf die Tangentenbildung ankommt. Die Übereinstimmung im Kurvenverlau ist hingegen recht befriedigend, das geht besonder

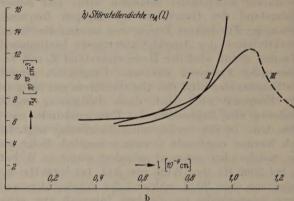
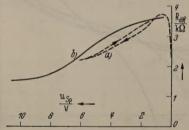


Abb. 10a u. b. Prüfung der Schleifenmethode durch Vergleich mit einer Brückenmessung. (a Randschichtkapazität und b Störstellendichte eine Selengleichrichters.) I Brückenmessung; II, III aus Schleifenoszillogrammen (Aussteuerung bis 12 bzw. 20 V).

Selenscheibe würde man auf Grund der in Abb. 9 dargestellten Kurvenschar eine obere Spannungsgrenze von 20 V bei Meßfrequenzen von 1000 Hz und darüber erhalten. Bei anderen Selenscheiben kann die Spannungsgrenze sehr viel tiefer liegen.



Abb, 11. Differentieller Widerstand eines Selengleichrichters. a Brückenmessung; b Auswertung aus Schleifenoszillogramm.

Auch der Einwand, daß eine Frequenzabhängigkeit der Randschichtkapazität die Auswertung störend beeinflussen könnte, ist hiermit wohl erledigt.

V. Prüfung der Schleifenmethode.

Zunächst kann man schon die Genauigkeit, mit der sich die Oszillogramme auswerten lassen, durch einige Messungen von Ersatzschaltungen mit bekannten Elementen feststellen. Werden hierbei die äußersten Enden der Schleife unberücksichtigt gelassen, weil die Ordinatendifferenzen an den Enden gegen Null gehen, so ergeben sich relativ geringe Abweichungen vom Sollwert, die maximal bis zu 3%, im Mittel jedoch nur etwa 1% betragen.

Die Brauchbarkeit der Schleifenmethode bei Randschichtuntersuchungen kann jedoch erst an deutlich aus den Störstellenkurven der Abb. 10b her vor, die sich durch Auswertung der C(u)-Kurver ergeben haben. Bei der Beurteilung darf man nich vergessen, daß das Auswertverfahren an sich (Qua drieren, Differenzieren) schon Ungenauigkeiten mi sich bringt. (Der abfallende Ast der Störstellenkurve II ist nur gestrichelt eingezeichnet. Hier beginnen sich schon die oben erwähnten Überschneidungsanomalier in der Kennlinie bemerkbar zu machen.) Bei diese Methode der Störstellenbestimmung darf man ohnehin nicht mehr erwarten als eine Näherung, aus der man den ungefähren Verlauf der Störstellendichte und ihre Größe entnehmen kann.

Die Ermittlung der Sperrwiderstände als Sekanten werte R=u/i stößt auf Schwierigkeiten, weil sich die Nullinie für den Strom i wegen des zwischengeschalteten Wechselspannungsverstärkers nicht genau genut bestimmen läßt. Man kann dagegen den differentieller Ohmschen Widerstand aus der Mittellinie der Schleif durch Tangentenbildung gewinnen. Hierbei arbeite man zweckmäßig ganz ähnlich wie bei der Kapazität mit einem rein Ohmschen Widerstand als Normale die in Gestalt eines schrägliegenden Striches nebei dem Meßobjekt oszillographiert wird. Das Ergebni einer solchen Auswertung ist in Abb. 11 im Vergleich mit einer Brückenmessung aufgetragen. Mit de

¹ Die Brückenmessungen wurden in einem von F. Rost für andere Zwecke entwickelten hochempfindlichen Schein widerstandsmeßplatz durchgeführt.

² Eine geringe Störstellenverlagerung würde sich übrigen im gleichen Sinne andeuten, wie ihn die Abweichung it Abb. 10a ergibt. Über derartige Erscheinungen wird späte noch berichtet werden.

erdings nur mäßigen Übereinstimmung der beiden iderstandsmessungen darf man sich zunächst betägen, d. h. wir wollen uns eine Diskussion über die öglichen Ursachen für die gefundenen Abweichungen sparen, solange derartige Messungen nicht zum Austagspunkt irgendwelcher Berechnungen gemacht erden.

Die Schleifenmethode erweist sich somit als ein auchbares Hilfsmittel bei Randschichtuntersuchungen. Sie kann vor allem mit Erfolg zur Störstellenstimmung benutzt werden, sofern die oben genannten ebenbedingungen sorgfältig eingehalten werden¹.

Gegenüber Brückenmessungen bietet die Schleifenethode wesentliche Vorteile. Insbesondere können ich unfertige Gleichrichterscheiben gemessen werden, eren Eigenschaften noch starken Veränderungen interliegen. Im niedrigen Flußgebiet allerdings, wo it der Brücke noch brauchbare Werte der Randchichtgrößen gemessen werden können, versagt die chleifenmethode, weil die auftretenden Fehler nicht lein gehalten werden können.

Zusammenfassung.

Im Anschluß an einige Grundgleichungen der Schottkyschen Diffusionstheorie, die eine Ermittlung der Störstellenverteilung in der Randschicht eines Trockengleichrichters erlauben, wird das hierfür wesentliche experimentelle Problem, nämlich die Bestimmung der Randschichtkapazitäten C in Abhängigkeit von der Vorspannung u behandelt. Eine in diesem Zusammenhang neuartige, von K. Lehovec vorgeschlagene Meßmethode wird entwickelt. Sie beruht darauf, daß die infolge der Kapazität auftretende Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung an den zwei Plattenpaaren eines Braunschen Rohres in Gestalt einer Schleife sichtbar gemacht werden kann. Voraussetzungen sowie Fehlermöglichkeiten dieser sog. "Schleifenmethode" werden eingehend diskutiert.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, Herrn F. Rose und insbesondere Herrn E. Spenke für manche Anregung und Hilfe zu danken, mit der sie mich bei der Durchführung dieser Arbeit unterstützt haben.

Literatur. [1] Schottky, W.: Z. Physik 118, 539 (1942). — [2] Lehovec, K.: J. appl. Phys. 20, 123 (1949). — [3] Spenke, E.: Z. Naturforschg. 4a, 37 (1949).

Dr. Arnulf Hoffmann, (13a) Pretzfeld, Dienststelle der Siemens-Schuckertwerke.

Falschlichtkennlinien von Photoobjektiven.

Von Otto Macek und August Kruis.

Mit 4 Textabbildungen.

(Eingegangen am 27. Februar 1950.)

1. Einleitung.

Photoaufnahmen, insbesondere Gegenlichtaufnahnen, werden durch das im Photoobjektiv entstehende Falschlicht" zum Teil empfindlich gestört. Der überviegende Teil des Falschlichtes, das man weniger exakt äufig auch als "Streulicht" bezeichnet findet, rührt on den Mehrfachreflexionen an den Linsenflächen des bjektives her. Das durch Streuung an den kleinen ind kleinsten Inhomogenitäten im optischen Material elbst oder an den optischen Grenzflächen entstehende chte Streulicht macht normalerweise, wenn keine Fabrikationsfehler oder Verschmutzungen vorliegen, ur einen kleinen Teil des Falschlichtes aus. Im Falschlicht sind schließlich noch Anteile von der Reflexion und Beugung an der Fassung und Blende enthalten, deren Betrag normalerweise ebenfalls weit ninter dem der Mehrfachreflexionen zurücksteht. Eine exakte Aufspaltung des gesamten Falschlichtes in die einzelnen Anteile läßt sich nicht durchführen. Da das echte Streulicht in dem außerhalb des geometrisch optischen Strahlenganges liegenden Falschlicht nur eine untergeordnete Rolle spielt, bevorzugen wir für dieses Licht die Bezeichnung "Falschlicht" statt, wie häufig gebraucht, Streulicht. Streulichtmessungen an mehrlinsigen Photoobjektiven sind dem Wesen nach Falschlichtmessungen.

In einer früheren Arbeit [1] haben wir uns mit der Messung des "Streufaktors von Photoobjektiven" befaßt, der den Integralwert des Falschlichtes charakterisiert¹. Im Zusammenhang mit diesen Messungen ist es von Interesse, die Winkelverteilung des Falschlichtes, also die Gestalt der Falschlichtkennlinie zu kennen. Sie selbst oder ihre Veränderung durch die reflexmindernde "Vergütung" der Linsen oder durch Verschmutzung ist für gewisse photographische Aufgaben wichtig.

Als Vergütung bezeichnet man bekanntlich das Aufbringen einer $\lambda/4$ -dicken², reflexmindernden Interferenzschicht auf die Glasoberfläche bzw. auf die bereits aufgelegten dünnen Schichten (z.B. TiO₂-Schicht bei niedrigbrechenden Gläsern). Ihr Brechungsindex soll möglichst nahe dem Wert \sqrt{n} liegen. n bedeutet den Brechungsindex des Schichtträgers. Die Schicht besteht entweder aus einem Kieselsäureskelett bei der chemischen und "Schleuder"-Vergütung oder aus einem im Hochvakuum aufgedampften und gegebenenfalls getemperten Belag z.B. aus Kryolith oder Magnesiumfluorid.

Messungen der Falschlichtkennlinien von Photoobjektiven liegen bis heute nicht vor. Auch der quantitative Einfluß der Vergütung auf die Falschlichtkennlinie ist noch nicht untersucht. Das Fehlen derartiger
Messungen ist darauf zurückzuführen, daß man im
Falschlichtfaktor (Streufaktor) erst in jüngster Zeit
eine für die Güte eines Objektives, ähnlich wie die
Lichtstärke, charakteristische Größe erkannt hat.
Um einen ersten Vorstoß zur Füllung dieser Lücke
zu unternehmen, stellten wir einige orientierende
Messungen der Gestalt solcher Falschlichtkennlinien,
ihrer Beeinflussung durch Vergütung und Verschmutzung an. Über diese Untersuchungen wird in vorliegender Arbeit berichtet.

¹ Sie fand z.B. in einer weiteren Untersuchung des Verssers Anwendung: Über die Formierungsvorgänge von alliumhaltigen Selengleichrichtern. Erscheint demnächst der Z. Physik.

Wir übernahmen hier aus der Literatur die Bezeichnung "Streufaktor", der besser mit "Falschlichtfaktor" bezeichnet würde.

 $^{^2}$ $\lambda = \text{mittlere Lichtwellenlänge} \approx 6 \cdot 10^{-5} \, \text{cm}.$

2. Der Begriff der Falschlichtkennlinie oder Falschlichtindikatrix.

Es falle paralleles weißes Licht in Richtung der optischen Achse auf ein Photoobjektiv. Von dem in den Bildraum austretenden Lichtstrom wird der wesentliche Teil, der den einfachen Gesetzen der geometrischen Abbildung folgt, im Brennpunkt des Objektivs gesammelt. Er erfüllt das Innere eines Kegels mit dem Winkel arc tan $\frac{D}{2f}$, wenn mit D der Durchmesser des Objektivs und mit f seine Brennweite bezeichnet wird. Der restliche Bruchteil durchsetzt mit einer gewissen Winkelverteilung als Falschlicht den Halbraum außerhalb dieses Kegels. Seine Ursachen sind in erster Linie die Reflexionen an den optischen Grenzflächen und in zweiter Linie die Streuung an den Blasen, Schlieren, Inhomogenitäten und Oberflächenrauhigkeiten der Optik, an den Fremdkörperteilchen auf den Grenzflächen sowie die Beugung an den Kanten der Fassung und Blende. Das Falschlicht stört die Abbildung der Leuchtdichteunterschiede. Es wirkt kontrastmindernd und ist daher mitbestimmend für die Güte eines Objektives. Von der üblichen geometrischen Optik wird es nicht berücksichtigt.

Man trachtet darnach, das Falschlicht durch Vergütung der Linsen möglichst gering zu halten. Es wäre sehr mühsam und meist unmöglich, seinen Gesamtbetrag und seine Winkelverteilung zu berechnen. Man ist hierzu auf experimentelle Bestimmungen angewiesen.

Als Maßgröße für die Winkelverteilung des Falschlichtes wird üblicherweise entweder die Beleuchtungsdichte $B(\vartheta)$ (Beleuchtungsstärke/Fläche) oder die Beleuchtungsstärke $I(\vartheta)$ in einer bestimmten konstanten Entfernung vom Objektiv (also auf einer Kugeloberfläche mit dem Objektiv als Mittelpunkt) als Funktion des Winkels ϑ zwischen Strahlrichtung und optischer Achse benützt. Deren Absolutbeträge sind durch die bekannte Beziehung

$$I(\vartheta) = B(\vartheta) \cdot F \cos \vartheta$$

miteinander verknüpft. F ist die Eintrittsfläche des Photometers. Bei den achsialsymmetrischen Objektiven ist bei axialem Einfall die Falschlichtverteilung rotationssymmetrisch, so daß man für jeden Meridianschnitt durch die optische Achse eine und dieselbe Kurve, die Falschlichtkennlinie, erhält. Soweit nur die Gestalt der Kurve interessiert, wird $B(\vartheta)$ oder $I(\vartheta)$ in relativen Einheiten bezogen auf die Werte für $\vartheta = 0$ oder wie in dieser Arbeit für einen bestimmten Winkel z. B. $\vartheta = 5^{\circ}$ bei Abstraktion vom direkt durchgehenden Licht angegeben. Vergleicht man das Falschlicht eines mehrlinsigen Objektives mit dem durch ein streuendes optisches Element, ein Matt- oder Trübglas, durchgehenden Licht, so wird man für das Objektiv eine Winkelverteilung erwarten, die der eines unvollkommenen Streuers gleicht. In Polarkoordinaten dargestellt, wird die Falschlichtkennlinie die Gestalt der Kontur eines an der einen Seite (Koordinatenursprung 90°) abgerundeten, an der anderen Seite ($\theta = 90^\circ$) lanzettförmig, spitz zulaufenden Blattes besitzen. In einem rechtwinkligen Koordinatensystem ergibt sich bei unvollkommenen Streuern eine glockenförmige Kurve [2]. Infolge der Symmetrie der Kennlinie zur optischen Achse genügt es, sie in einem Quadranten zu zeichnen. Der vollkommene Streuer ist dadurch

ausgezeichnet, daß für ihn $B(\vartheta) = {\rm const}$ ist. Seine Beleuchtungsdichte-Kennlinie ist also in Polarkoordinaten ein Viertelkreis (Lambertscher Kreis) mit dem Mittelpunkt im Objektiv, in dem der Ursprung des Polarkoordinatensystems liegt. In einem rechtwinkligen Koordinatensystem ist sie eine horizontale Gerade in der Höhe 1 über der Winkelachse. Benützt man zur Darstellung des Streuvermögens des vollkommenen Streuers die Beleuchtungsstärke-Kennlinie, so ergibt sich in Polarkoordinaten ein Halbkreis durch den Ursprung und in rechtwinkligen Koordinaten eine Cosinusfunktion. Die Streulichtkennlinie eines vollkommenen Streuers läßt sich in guter Annäherung mit einer Opalglasscheibe (Trübglas) erzielen, wenngleich auch deren Absorption beträchtlich ist [3].

3. Meßanordnung.

Da die vom Falschlicht der Photoobjektive erzeugte Beleuchtungsdichte um mehrere Größenordnungen kleiner ist als die vom geometrisch-optischen Licht hervorgerufene [1], bedarf es zu ihrer Messung sehr empfindlicher Methoden. Zur objektiven Messung von Beleuchtungsdichten sind prinzipiell Photozellen geeignet. Bei den hier in Frage stehenden kleinen Beleuchtungsdichten bedient man sich zweckmäßigerweise eines Photoelektronenvervielfachers (PHEV). Dieser hat neben der großen Empfindlichkeit den Vorteil, daß der Anodenstrom in einem sehr großen Bereich — von 0 bis 0.1 mA — eine lineare Funktion der Beleuchtungsdichte ist. Als PHEV stand uns die amerikanische Type 931 A der RCA zur Verfügung, deren maximale Empfindlichkeit bei $\lambda = 4200 \text{ Å}$ liegt. Da der PHEV nur auf ein schmales Frequenzband im Blau anspricht, kann zur Beleuchtung beim Ablesen und Schreiben rotes Dunkelkammerlicht verwendet werden. Zur Messung des Anodenstromes diente ein Lichtzeigergalvanometer von Hartmann & Braun mit einer Anzeige von etwa 1 · 10⁻⁸ A/Skalenteil. Da wir unser Interesse nur auf die Gestalt der Falschlichtkennlinie richteten, zu deren Festlegung - wie erwähnt Relativwerte genügten, war eine Absoluteichung des PHEV nicht notwendig.

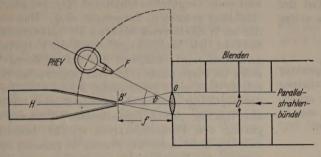
Zur Messung der Beleuchtungsdichte mit unserer Anordnung sei noch folgendes bemerkt: Am Ort des Trübglasfensters (Abb. 1) der PHEV-Meßanordnung herrscht eine bestimmte Beleuchtungsdichte, die vom Falschlicht herrührt. Für den PHEV wirkt das Trübglas als lichtaussendende Fläche. Der PHEV mißt also eigentlich die Leuchtdichte des Trübglasfensters, die der Beleuchtungsdichte des Falschlichtes an der Stelle des Fensters F proportional ist. Da die Lage des Trübglasfensters relativ zum PHEV fixiert ist und da nur relative Kennlinien (der Wert für 5° z. B. gleich 1 gesetzt) aufgenommen werden, ist es im Prinzip gleichgültig, ob in den Kurven der Abb. 2, 3 und 4 die Beleuchtungsdichte am Ort des Trübglasfensters F oder die Leuchtdichte des Trübglasfensters selbst aufgetragen ist. In den Abbildungen ist die relative Leuchtdichte des Trübglasfensters aufgetragen, während im Text mehr die Beleuchtungsdichte am Ort des Fensters F hervorgehoben wird.

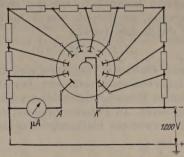
Abb.1 zeigt schematisch die verwendete Meßanordnung und die Schaltung des PHEV. Eine lichtstarke weiße Punktlichtlampe beleuchtet eine kleine Lochblende, die sich in relativ großer Entfernung vom Photoobjektiv O in dessen optischer Achse befindet.

adurch wird erreicht, daß ein annähernd paralleles ichtbündel in das Photoobjektiv einfällt. Durch eine eine schwarzer Blenden werden unerwünschte Strahm abgeblendet. Außerdem verhindert eine röhrenfirmige Blende, daß Fremdlicht in den Meßraum fällt.

4. Meßergebnisse.

Zur Prüfung der Anordnung und der Eigenschaft des PHEV, wirklich Beleuchtungsdichten zu messen, setzten wir an Stelle des Objektivs ein plangeschliffenes, gutes Trübglas. H war bei dieser Messung entfernt





bb. 1. Anordnung zur Messung der Beleuchtungsdichte-Kennlinien des Falschlichtes von Photoobjektiven und Schaltung des Photoelektronenvervielfachers-

Das Bild der Lochblende B' befindet sich sehr nahe dem Brennpunkt des Objektivs. Der nach der Verinigung der "geometrisch-optischen" Strahlen aus-

worden. Für das Trübglas als vollkommenen Streuer war ein von ϑ unabhängiger Meßwert zu erwarten. In der Tat ergab sich, wie Abb.2 und 3 zeigen, ein vom Winkel unabhängiger Wert des Anodenstromes. Abb.2 veranschaulicht die Winkelabhängigkeit des durchgehenden Lichtes bei einem unvergüteten und vergüteten dreilinsigen Objektiv, bei einem Mattund Trübglas unter annähernd gleicher Einstrahlung¹. Die Reproduzierbarkeit der Einzelmessungen betrug $\pm 1 \cdot 10^{-2} \,\mu A$. In Abb.3 sind die Falschlichtkennlinien

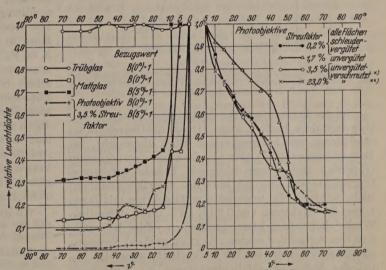


Abb. 2. Die Winkelverteilung der vom durchgehenden Licht hervorgerufenen Beleuchtungsdichten bei einem vergüteten und unvergüteten Photoobjektiv (Agfa-Apotar), bei einem Matt- und Opalglas. (1 Skalenteil $\approx 10^{-8}$ A.)

- 29

Abb. 3. Die Beleuchtungsdichte-Falschlichtkennlinie eines dreilinsigen Photoobjektivs (Agfa-Apotar) im Vergleich zu den Streulichtkennlinien eines Matt- und guten Trübglases. Relative $B(\theta)$ -Kennlinien. Es wurde $B(5^\circ)$ willkürlich gleich 1 bzw. im linken Teil der Abbildung auch $B(0^\circ)$ gleich 1 gesetzt. *) Linsenaußenflächen absichtlich verschmutzt; **) sämtliche Linsenflächen absichtlich verschmutzt.

einandergehende Strahlenkegel wird, um störende Reflexionen zu vermeiden, durch eine innen mit schwarzem Samt ausgekleidete Lichtfalle H abgefangen.

Um das Objektiv als Mittelpunkt ist der PHEV schwenkbar. Der Abstand PHEV—O wurde etwas größer als f gewählt, so daß die Fläche F des vor dem PHEV befestigten Trübglasscheibchens gerade ausgeleuchtet erschien, wenn der PHEV in die optische Achse des Objektivs gedreht wurde. In diesem Fall war H entfernt worden. Dreht man den PHEV um den Winkel ϑ , so erhält man die Falschlichtkennlinie des Photoobjektivs, wenn man die Beleuchtungsdichte bzw. Anodenstromstärke am Orte der Fläche F als Funktion des Winkels aufträgt.

der untersuchten Photoobjektive gleichen Typs (Dreilinser) dargestellt, die total vergütet, unvergütet und absichtlich verschmutzt waren. Hier ist der Wert $B(5^{\circ})$ willkürlich gleich 1 gesetzt, da dieser Wert in jedem Fall der Messung zugänglich war, während der Wert $B(0^{\circ})$ wegen des störenden "geometrisch-optischen" Lichtes nicht meßbar war. Zum Vergleich sind im linken Teil der Abb. 3 die Beleuchtungsdichte-Kennlinien des durchgehenden Lichtes eines Matt- und Trübglases aufgetragen, bei denen die Relativwerte auf $B(0^{\circ})=1$ und $B(5^{\circ})=1$ bezogen sind. Beim Trübglas mit seiner vom Winkel unabhängigen

Die Absolutwerte stehen hier nur annähernd im richtigen Verhältnis zueinander.

Leuchtdichteverteilung sind die Kurven für beide Bezugswerte natürlich identisch, beim Mattglas mit seiner starken Abhängigkeit der Beleuchtungsdichte bei kleinen Winkeln und insbesondere beim Photoobjektiv verschieden. Die Falschlichtkennlinien der Photoobjektive lassen sich, wie der rechte Teil der Abb.3 ausweist, im Bereich von 5° bis 60° in erster Näherung durch eine Gerade

$$B(\vartheta) = C(1 - a\,\vartheta)$$

wiedergeben. Durch die Vergütung wird der Charakter der Kennlinien nur wenig verändert. Der Absolutbetrag der Falschlicht-Beleuchtungsdichten wird aber erheblich herabgesetzt. In Polarkoordinaten ergibt sich in der Tat die erwartete blattartige Kurvenform.

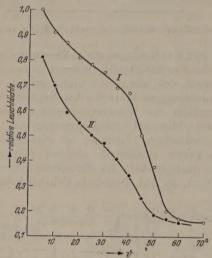


Abb. 4. Beleuchtungsdichte-Kennlinien des Falschlichtes eines unvergüteten und eines schleudervergüteten Photoobjektivs (Agfa-Apotar) im gleichen Maßstab gezeichnet.

Bei der Betrachtung der lichtdurchstrahlten Objektive mit dem bloßen Auge (Dunkelfeldbetrachtung) erscheinen, was auf den ersten Blick überrascht, bei Betrachtungswinkeln über 45°, die schleudervergüteten Objektive trotz ihrer niedrigen Falschlichtfaktoren (Streufaktoren) von 0,1 bis 0,3% zuweilen (bläulich) trüb, während die unvergüteten Objektive mit ihren hohen Streufaktoren von 0,7 bis 1,7% unter demselben Winkel betrachtet klarer erscheinen. Dies bedeutet, daß der Anteil der echten (Rayleighschen) Streuung insbesondere dann stärker hervortritt, wenn der Anteil des Mehrfachreflexlichtes durch die Vergütung gleichzeitig stark vermindert wird. Anzeichen dieses Effektes sind in Abb.3 angedeutet.

Sie zeigt ferner, daß durch die Verschmutzung bei den unvergüteten Objektiven die Mehrfachreflexionen offenbar geschwächt werden und dadurch ihr Ai im Falschlicht vermindert wird.

Zur Verdeutlichung der Wirkung der Vergüt wurde Abb. 4 gezeichnet, in der im selben Maßstab Falschlichtkennlinien eines unvergüteten Objektivs und eines vergüteten Objektivs (II), bei gleicher I strahlung gemessen, dargestellt sind. Man sieht, das im Winkelbereich bis etwa 45° vorherrschende flexlicht, wie beabsichtigt, durch die Vergütung st gedämpft wird, während das bei größeren Winkstark hervortretende echte (Rayleighsche) Streuß relativ dazu nicht geschwächt, sondern bei der Sch dervergütung eher noch verstärkt wird. Wenn malso von der "streulichtmindernden" Wirkung der Vigütung von Photoobjektiven spricht, bedenke medaß hier nicht das echte Streulicht gemeint sein kasondern das Falschlicht.

Zusammenfassung.

Für die Untersuchung der Wirkungen des Fals lichtes von Photoobjektiven (Probleme der Mikroko der Photometrie von Spektralaufnahmen, Gegenlie aufnahmen, Messung des Falschlichtfaktors) spielt Winkelverteilung der Beleuchtungsdichte des Fals lichtes auf einer Kugeloberfläche mit Objektiv Mittelpunkt eine aus-schlaggebende Rolle. Mit H eines Photoelektronenvervielfachers wurden die leuchtungsdichte-Kennlinien des Falschlichtes von v güteten, unvergüteten und absichtlich verschmutz dreilinsigen Objektiven (Agfa-Apotar) aufgenomm Die Gestalt der Kennlinie der vergüteten Objekt kann in rechtwinkligen Koordinaten im Bereich 5° bis 60° in erster Näherung als schiefliegende Gera angenommen werden. Der Anteil echter (RAYLEI scher) Streuung an dem gesamten Falschlicht ei Photoobjektivs ist gering. Die gemessenen Beleu tungsdichten des Falschlichtes werden im wesentlich durch die Mehrfachreflexionen an den optischen Gre flächen hervorgerufen. Eine Aufspaltung in die beid Anteile ist praktisch nicht möglich. Durch die optisch Vergütung wird der Anteil der Mehrfachreflexionen gesamten Streulicht, wie beabsichtigt, verminde nicht immer aber der Anteil echter Streustrahlu-

Wir danken den Optischen Werken C. A. Steinheil Söh daß wir die Einrichtungen ihres Laboratoriums zur Dur führung dieser Arbeit benutzen durften.

Literatur. [1] Kruis, A., u. O. Macek: Z. angew. Ph. 2, 106 (1950). — [2] Keck, P. H.: Optik 1, 144 (1946). [3] Weigel, R. G.: Glastechn. Ber. 10, 307 (1932); vgl. da auch Sewig, R.: Handbuch der Lichttechnik, Teil 1, S. 386 Berlin 1938.

Dr. O. Macek, Haar b. München, Rechnerstr. 60 Dr. A. Kruis, München 2, Sendlingerstr. 29/III.

Zwei Nomogramme zum Gebrauch bei Messungen mit optischen Pyrometern*.

Von J. Euler und R. Ludwig, Braunschweig.

Mit 3 Textabbildungen.

(Eingegangen am 20. März 1950.)

1. Die mit dem optischen Pyrometer ermittelte Temperatur ist durch das Emissionsvermögen des

* Von den hier im Maßstab 1:2,5 reproduzierten Nomogrammen läßt die Schriftleitung (Adresse: T. H. München) auf Wunsch Lichtpausen in Originalgröße anfertigen, die zum Stückpreis von DMark 1.— zuzüglich Porto und Verpackung abgegeben werden.

Objektes verfälscht. Man erhält die Temperatur ein schwarzen Körpers gleicher Strahlungsdichte und bezeichnet sie als schwarze Temperatur S, sie liegt ste niedriger als die wahre Temperatur W. Der Zusamenhang zwischen der wahren Temperatur T= und der schwarzen Temperatur T=S bei eine

II. Band aft 9 — 1950

bsorptionsvermögen a des Strahlers ist nach dem LANCKschen Strahlungsgesetz gegeben durch:

$$\frac{e^{\frac{c_2}{\lambda W}} - 1}{\frac{c_1}{c_1}} = a. \tag{1}$$

Die Auswertung dieser Gleichung ist numerisch umändlich und hat daher bald dazu geführt, nomoraphische Darstellungen anzuwenden [1], [2].

Die bisher bekannt gewordenen Nomogramme nd aber in vielen Fällen unzureichend. Sie benutzen urchweg die Wiensche Näherung der Planck-Formel nd können daher nur in begrenzten Temperaturebieten verwendet werden. Weiter ist die Welleninge stets zu $\lambda = 656 \text{ m}\mu$ festgelegt, was in einigen ällen, wo man gezwungen ist, bei anderen Welleningen zu arbeiten, die Tafeln unbrauchbar macht. Dagegen ist eine Änderung des c_2 -Wertes, mit der amals noch gerechnet werden mußte, heute nur noch zenig wahrscheinlich. Hilfstafeln für Korrekturzahlen ei Änderung des c_2 -Wertes sind daher heute unnötig eworden. Bei den Rechnungen in dieser Arbeit ist er auf der 9. Generalkonferenz für Maße und Gerichte 1948 zu $c_2 = 1{,}438~(\mathrm{cm}\cdot\mathrm{Grad})$ festgelegte Wert enutzt worden [3], [4], [5], [14].

2. Ist die schwarze Temperatur eines Strahlers bei wei Wellenlängen λ_1 und λ_2 bekannt, so kann man die

Farbtemperatur F angeben [6]:

$$\frac{1}{F} = \frac{\frac{1}{\lambda_1 S_1} - \frac{1}{\lambda_2 S_2}}{\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}}.$$
 (2)

Die Farbtemperatur kommt bei Objekten, deren Emissionsvermögen sich einigermaßen monoton mit ler Wellenlänge ändert — und nur für solche Objekte st die Farbtemperatur definiert -, der wahren Temperatur erheblich näher und spielt besonders bei der Temperaturbestimmung an Eisen eine beträchtliche Rolle [7]. Die direkte Bestimmung der Farbtempeatur ist verhältnismäßig ungenau und unterliegt zudem erheblichen Beeinträchtigungen bei wenig farbnichtigen Beobachtern [8]. Dagegen kann die Farbemperatur mit Glühfaden-Pyrometern erheblich genauer ermittelt werden [9]. Dabei tritt allerdings die Schwierigkeit auf, daß im allgemeinen die Eichkurven der Glühfaden-Pyrometer nur bei der Wellenlänge des eingebauten Rotfilters angegeben sind. Man kann die nötige Umeichung vor dem schwarzen Körper, z.B. einem geheizten Kohlenrohr in N₂-Atmosphäre, sofort lurchführen. Sie läßt sich auch rechnerisch, etwa nach lem folgenden Verfahren, ermitteln. Kennt man die Durchlässigkeit D der im Pyrometer vor dem Platinozw. Wolframfaden liegenden Optik bei den interessierenden Wellenlängen λ_1 und λ_2 , so ist

$$\frac{c_1}{\lambda_1^5}\exp\left(-\frac{c_2}{\lambda_1\,T}\right)\cdot D_1 = a_1\,\frac{c_1}{\lambda_1^5}\exp\left(-\frac{c_2}{\lambda_1\,P_1}\right) \quad (3\,\mathrm{a})$$

and

$$\frac{c_1}{\lambda_2^5} \exp\left(-\frac{c_2}{\lambda_2}T\right) \cdot D_2 = a_2 \frac{c_1}{\lambda_2^5} \exp\left(-\frac{c_2}{\lambda_2}P_2\right), \ (3\,\mathrm{b})$$

worin T die von der Eichkurve angegebene Temperatur und P_1 bzw. P_2 die Temperatur des Platinfadens bei Abgleich für die Wellenlänge λ_1 bzw. λ_2 ist, a ist las Absorptionsvermögen von Pt bzw. W, und c_1 und c_2 sind die Konstanten des Planckschen Gesetzes. Die

beiden Gleichungen folgen unmittelbar aus der Wienschen Näherung und der Abgleichbedingung. Zu der Temperatur P_2 bei der Wellenlänge λ_2 gehört auf der alten Eichkurve für λ_1 eine andere Temperatur t:

$$\frac{c_1}{\lambda_1^5}\exp\left(-\frac{c_2}{\lambda_1\,t}\right)\cdot D_1 = a_1\exp\left(-\frac{c_2}{\lambda_1P_2}\right). \tag{3 e}$$

Für die neue Eichkurve liegt also T dort, wo für die alte t lag. Durch Logarithmieren findet man:

und daraus schließlich:

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{T} - \frac{\lambda_1}{c_2} \ln \frac{a_1}{D_1} + \frac{\lambda_2}{c_2} \ln \frac{a_2}{D_2}.$$
 (5)

Um D zu erhalten, ermittelt man zweckmäßig die Temperatur des Vergleichsfadens an verschiedenen Stellen der Eichkurve und berechnet dann D nach Formel (3). a ist für Platin bzw. Wolfram mit genügender Genauigkeit aus Tabellen zu entnehmen [10]. Man kann auch t und T für einige Temperaturen ermitteln und die Formel (5) nur als Interpolationsformel benutzen. Dieser letzte Weg führt jedenfalls am schnellsten zum Ziel.

Die Wellenlängen werden in den üblichen Glühfadenpyrometern durch Farbfilter ausgesondert. Für die relativ genauen hier erforderlichen Rechnungen ist dabei zu berücksichtigen, daß die Schwerpunktswellenlänge sich über den Meßbereich verändert. Werden zur Meßbereicherweiterung Graugläser vorgeschaltet, so ist überdies zu bedenken, daß auch die Durchlässigkeit dieser Neutralfilter nicht völlig von der Wellenlänge unabhängig ist. Man kann sich nun so helfen, daß man die eingebauten Rotgläser durch sehr enge Interferenzfilter oder durch enge Gelatinefilter ersetzt1, ist damit aber auf ziemlich hohe Temperaturen beschränkt, weil die engen Filter im allgemeinen nur eine geringe Maximaldurchlässigkeit haben. Bei vorgeschalteten Graugläsern ist nach FOOTE, HOFFMANN und TINGWALDT [12] mit der Schwerpunktswellenlänge des Filters bei der mittleren reziproken Temperatur zwischen Strahlertemperatur und Vergleichsfadentemperatur zu rechnen.

Für genaue Messungen ist es daher nötig, die Vergleichsfadentemperatur als Funktion der Meßtemperatur zu kennen. Die Schwerpunktswellenlänge eines Filters kann man näherungsweise aus der Kurve der spektralen Hellempfindung $H(\lambda)$

$$H(\lambda) = A(\lambda) \cdot F(\lambda) \cdot E(\lambda, T_M)$$

ermitteln, worin A die Augenempfindlichkeit, F die Filterdurchlässigkeit und E die Plancksche Kurve der mittleren reziproken Temperatur

$$\frac{1}{T_M} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{T} + \frac{1}{P} \right]$$

T ist die Temperatur des Objekts und P die des Vergleichsfadens

ist. Zu einer genaueren Bestimmung müßte noch das wellenlängenabhängige Emissionsvermögen a des angemessenen Strahlers bekannt sein. Da aber die

¹ Herrn Dr. Fesefeldt von der Firma Musterschmidt, Göttingen, Brauweg, danken wir herzlich für die freundliche Überlassung mehrerer ausgezeichneter Gelatinefilter.

Schwerpunktswellenlänge nur relativ langsam mit der Temperatur wandert, ist es meist nicht nötig, die Korrektur für nicht, graue" Strahler zu berücksichtigen.

So findet man beispielsweise für ein Rotfilter RG 2 von 4 mm Dicke folgende Schwerpunktswellenlängen:

$$T=1218$$
 $\lambda=653,6$
 1918 $652,3$
 $2600~^{\circ}\text{K}$ $651,7~\text{m}\mu$.

Diese Werte sind für graue Strahler, also mit einem von der Wellenlänge unabhängigen Emissionsvermögen ermittelt. Der Einfluß eines wellenlängenabhängigen mit Hilfe von drei bei verschiedenen Wellenlängen messenen schwarzen Temperaturen möglich wäre, Konstanten a_1 und k zu ermitteln und damit sowe genaue Schwerpunktswellenlänge als auch unmitt bar die wahre Temperatur W zu bestimmen. Inötigen Gleichungen sind aber vom Typus

$$\begin{split} c_2/S_1 - c_2/W &= \lambda_1 \ln a_1 \\ c_2/S_2 - c_2/W &= \lambda_2 \ln \left[a_1 - k \left(\lambda_2 - \lambda_1 \right) \right] \\ c_2/S_3 - c_2/W &= \lambda_3 \ln \left[a_1 - k \left(\lambda_3 - \lambda_1 \right) \right] \end{split}$$

und verlangen zu ihrer Auswertung Reihenentwic lungen, die bei den vorkommenden Größen n

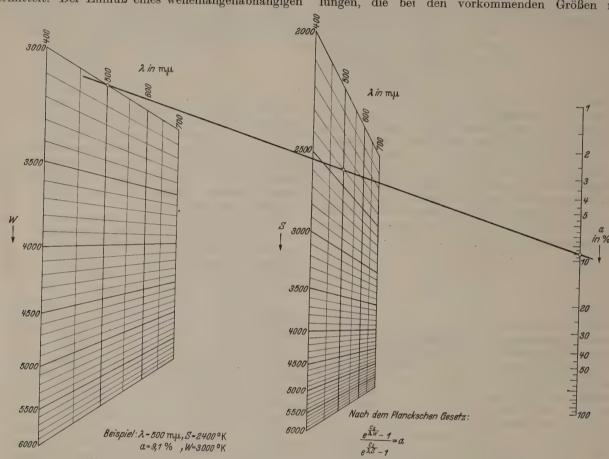


Abb. 1. Nomogramm für schwarze und wahre Temperatur zwischen 3000 und 6000°K. $c_2 = 1,438$ cm Grad.

Emissionsvermögens ist im allgemeinen zu vernachlässigen. Selbst unter extremen Verhältnissen liegen die hierdurch hervorgerufenen Verschiebungen der Schwerpunktswellenlänge beträchtlich unter den Temperaturverschiebungen. Als Beispiel wurde eine lineare Veränderung des Emissionsvermögens von 1,0 bei 400 mμ auf 0,15 bei 700 mμ angesetzt; dabei hält sich die Verschiebung bei $T=1220^\circ$ K unterhalb von $3\,\mathrm{m}\mu$ nach der kurzwelligen Seite, bei $T=2600^{\circ}\,\mathrm{K}$ unterhalb von 2 mµ. Derartig starke Abhängigkeiten des Emissionsvermögens von der Wellenlänge kommen aber, abgesehen von Selektivstrahlern, die stets spezielle Eichung verlangen, in praxi bei weitem nicht vor. Als Beispiel mag das Emissionsvermögen von Wolfram angeführt werden, das sich bei $1200^{\circ}\,\mathrm{K}$ zwischen 400 und 700 mµ von 0,484 bis 0,440 ändert.

Man könnte der Meinung sein, daß es unter der Annahme linearer Abhängigkeit des Emissionsvermögens von der Wellenlänge:

$$a_{\lambda} = a_1 + k(\lambda_1 - \lambda)$$

langsam konvergieren. In Fällen, wo die gefordert Genauigkeit so groß ist, daß die Berücksichtigung de wellenlängenabhängigen Emissionsvermögens nöti wird, kann man aber im allgemeinen das Absorptions vermögen bei einer Wellenlänge experimentell, etw nach der Methode von Pirani und Conrad [13] bestimmen und die wahre Temperatur direkt angeber

3. Zur nomographischen Darstellung des Zusammenhanges zwischen schwarzer und wahrer Temperatur nach Gl. (1), einer Funktion der vier Variable W, S, a und λ , logarithmiert man zunächst die Gl. (1)

$$\log\left(e^{\frac{c_s}{\lambda W}}-1\right)-\log\left(e^{\frac{c_s}{\lambda S}}-1\right)=\log a,$$

wobei die dekadischen Logarithmen gewählt werden

Stellt man der Beziehung (1) die Formel gegenüber die aus dem Wienschen Gesetz hervorgeht, so erhäl man:

$$e^{\frac{c_2}{\lambda}\left(\frac{1}{W} - \frac{1}{S}\right)} = a \tag{1*}$$

nd entsprechend der Gl. (6) durch Logarithmieren:

$$\frac{c_2 M}{\lambda} \left(\frac{1}{W} - \frac{1}{S} \right) = \log a. \tag{6*}$$

sei den sog. Gaussschen Additions- und Subtrakionslogarithmen [11] werden den Zahlen $B = \log z$ ie Zahlen $A = \log(z-1)$ zugeordnet. Für einen

hummanden der linken Seite er Gl. (6) findet man mit diesen Bezeichnungen, wobei die Variblen T und A in Klammer esetzt sind:

$$B(T, \lambda) = \log e^{\frac{c_2}{\lambda T}} = \frac{c_2 M}{\lambda T}$$

$$A(T, \lambda) = \log \left(\frac{c_3}{e^{\lambda T}} - 1 \right).$$
(7)

M ist der Modul der dekadischen Logarithmen. Die Gl. (6) ann also mit diesen Bezeichnungen geschrieben werden:

$$A(W, \lambda) - A(S, \lambda) = \log a$$
 (8)

and ebenso die Gl. (6*):

$$B(W, \lambda) - B(S, \lambda) = \log a. \quad (8*)$$

Die Gl. (8) und (8*) eignen sich zur nomographischen Darstellung durch Fluchtlinientafeln mit parallelen Leitern. Zur Vertafelung braucht man eine Tabelle der $A(T, \lambda)$. Für viele praktisch vorkommende Werte wird ein Bereich für λ von 400 bis 700 m μ und für Tvon 750 bis 6000° K gewählt. Die Werte $B(T, \lambda)$ werden berechnet mit M = 0.43439 und $c_2 = 1,438 \text{ cm} \cdot \text{Grad}; \text{ die Werte}$ $A(T, \lambda)$ entnimmt man der Tafel der Gaussschen Logarithmen.

Für eine Fluchtlinientafel mit zwei parallelen Leitern x und y im Abstand p und q von einer dritten dazu parallelen Leiter z erhält man die nomographische Schlüsselgleichung:

$$z(p-q) = yp - xq. (9)$$

Dabei sind x, y und z die Längen auf den drei Leitern von einer Nullgeraden aus. Die drei Leitern werden folgendermaßen skaliert, wobei zunächst für λ ein fester Wert λ_0 gewählt werde:

$$x = e_x A(W, \lambda_0)$$

 $y = e_y A(S, \lambda_0)$
 $z = -e_z \log a$.

Dabei bedeuten e_x , e_y und e_z Maßstabfaktoren.

Legt man die Höhe des Nomogrammes nach der Größe des Zeichenblattes durch e, fest, so ist

$$e_x = rac{p}{q} \cdot e_y \,, \qquad e_z = rac{p}{p-q} \cdot e_y \,.$$

Darin ist jetzt noch p/q festzulegen.

Z. f. angew. Physik. Bd. 2.

Für die praktische Ausführung muß man sich für ein Temperaturintervall entscheiden. Es wird gewählt im Fall a für niedere Temperaturen der Bereich von 750 bis 4000° und im Fall β für hohe Temperaturen der Bereich von 3000 bis 6000°. Aus

$$(lpha) \quad p/q = 5/4 \quad ext{ und } \quad eta) \quad p/q = 2 \ ext{folgt}$$

$$e_x = 5/4 e_y, \quad e_y = 5 e_y \quad \text{und} \quad e_x = e_z = 2 e_y.$$
 (10)

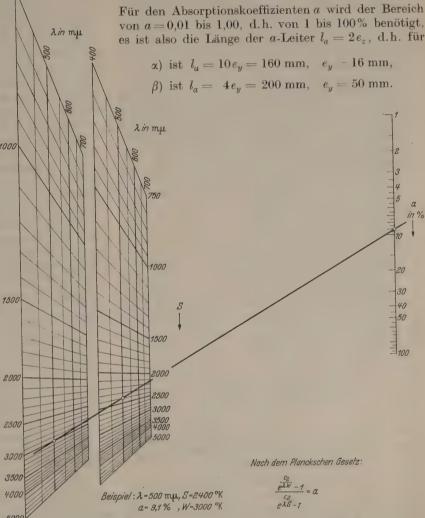


Abb. 2. Nomogramm für schwarze und wahre Temperatur zwischen 750 und $5000^{\circ}\mathrm{K}$. $c_{z}=1,438\,\mathrm{cmGrad}$

Bei der Betrachtung des Zahlenmaterials sieht man, daß die Werte von $B(T, \lambda)$ und $A(T, \lambda)$ innerhalb der geforderten Genauigkeit sich nur sehr wenig unterscheiden, es ist z.B. für $\lambda = 700 \text{ m}\mu$ innerhalb der ersten fünf Dezimalen bis $T=1800^\circ$ völlige Übereinstimmung festzustellen, und bei $T=6000^{\circ}$ ist der Unterschied nur etwa $1,4\cdot 10^{-2}$. Die Skalen für W und S unterscheiden sich also fast nicht von den Skalen für die reziproken Zahlen, bei der Wienschen Formel sind es exakt reziproke Leitern. Um die bisher festgehaltene vierte Variable λ zu berücksichtigen, sollen bei festgehaltenem p/q für die verschiedenen λ-Werte Leitern parallel nebeneinander angeordnet werden; die a-Leiter soll aber für alle λ-Werte fest bleiben. Die Abstände der W-Skalen werden aber nicht proportional λ , sondern proportional $1/\lambda$ gewählt. Dadurch erreicht man, daß die Linien $T=\mathrm{const}$ für eine Teilung nach $B(T,\lambda)$ gerade Linien werden, und daß bei der geforderten Teilung nach $A(T,\lambda)$ Kurven entstehen, die unmerklich von Geraden abweichen. In den ausgeführten Beispielen wurde wie folgt verfahren:

α) Für die W_{400} -Skala (d. h. die Skala W für $\lambda_0 = 400$ mμ) wurde im Original p = 250 mm angenommen. Zur Festlegung der anderen W-Skalen

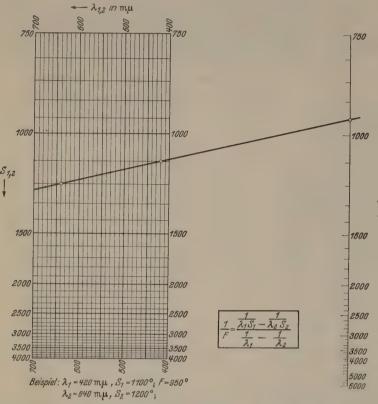


Abb. 3. Nomogramm für zwei schwarze und Farbtemperatur nach der Wienschen Formel. $e_{\rm s}=1,\!438~{\rm cm\,Grad}.$

wurde von einer 100 mm rechts davon gelegenen Parallelen aus die W_{λ} -Leiter im Abstand $4/\lambda \cdot 10^4$ gezogen, wobei λ in m μ einzusetzen ist.

β) Für $λ_0=400$ mμ ist im Original p=350 mm und die Abstände der W-Skalen sind doppelt so groß wie im Fall α. Die entsprechenden S-Skalen erhält man dadurch, daß p/q für alle λ-Werte 5/4 bzw. 2 sein soll. Die Einteilung der S-Skalen erhält man dann einfach dadurch, daß man die Punkte einer $W_λ$ -Skala durch Projektion von dem Punkt α=1 (100%) auf die entsprechende $S_λ$ -Skala überträgt, da nach Gl. (1) für α=1 stets W=S ist.

4. Für ein Nomogramm der Gl. (2) bringen wir diese auf die Form

$$(1/F)(\lambda_2 - \lambda_1) = \lambda_2/S_1 - \lambda_1/S_2.$$

Wendet man dieselbe Schlüsselgleichung (9) an wie für das erste Nomogramm, so findet man sofort folgende Skalierung:

$$x=e_1 \, {1 \over S_2} \, , \qquad y=e_1 \, {1 \over S_1} \, , \qquad z=e_1 \, {1 \over F} \, ,$$
 $p=e_2 \, \lambda_2 \, , \qquad q=e_2 \, \lambda_1 \, .$

Dabei sind e_1 und e_2 geeignet zu wählende Maßstafaktoren, die sich nach der Größe des zur Verfügur stehenden Zeichenblattes und den gefo

derten Bereichen von λ und S richter. In der Originalzeichnung wurde $e_1=2$ $10^5\,\mathrm{mm},\ e_2=3\,\mathrm{mm}\ (\lambda\ \mathrm{in}\ \mathrm{m}\mu)$ gewähl

Zusammenfassung.

Für den Gebrauch mit optische Pyrometern werden zwei Nomogramm entwickelt. Sie erlauben es, zur schwarze Temperatur bei Kenntnis des Absorp tionsvermögens die wahre, und zu zwe schwarzen Temperaturen verschiedene Wellenlängen die Farbtemperatur anzu geben. Die Rechengrundlagen für di Tafeln werden so ausgiebig behandel daß es leicht möglich ist, Nomogramm abweichender Temperatur- oder Weller längengebiete aufzustellen. Für die E chung des Pyrometers bei abweichende Wellenlängen wird eine zweckmäßige Um rechnungs- oder Interpolationsformel an gegeben; auf die Abhängigkeit der Schwei punktswellenlänge von Temperatur und spektralem Emissionsvermögen wird hin gewiesen und die Größenordnung fest

Herrn Prof. Cario und Herrn Prof. Reh Bock danken wir für ihr wohlwollendes Inter esse, Herrn W. Schneider für seine Hilfe be den numerischen Rechnungen.

Literatur. [1] Coblentz, W. W.: Sci. Pap. Bur. Stand 15, 617 (1920). — [2] Pirani, M. v.: Verh. dtsch. phys. Ges 8, 1054 (1910). — [3] Stimson, H. F.: J. Res. Nat. Bur. Stand 4209 (1949). — [4] Bozza, G.: Nuovo Cim 5, 107 (1948). — [5] Moser, H., U. Stille, C. Tingwaldt: Optik 4, 46; (1948/49). — [6] Hoffmann, F., u. C. Tingwaldt: Optische Pyrometrie, S. 24. Braunschweig 1938. — [7] Naeser, G. Mitt. KWI. Eisenforschung 12, 299 (1930). — Stahl u. Eiser 59, 592 (1939). — [8] Fornander, S.: Jernkont. Ann. 96) 67 (1941). — [9] Euler, J., u. W. Schneider: Veröffentlichung erfolgt demnächst. — [10] Zum Beispiel Handbuch der Physik, Bd. 19, S. 36ff. Berlin 1928. — [11] Tafeln siehez. B. F. G. Gauss, Fünfstellige vollständige logarithmische und trigonometrische Tafeln. Stuttgart 1944. — [12] Foote: Bull. Bur. Stand. 12, 484 (1916). — F. Hoffmann, C. Tingwaldt [6] S. 63. — [13] Pirani u. Conrad: Z. techn. Phys. 5, 266 (1924). — [14] Hoffmann, F.: Z. angew. Phys. 2, 88 (1950).

Dr. J. Euler, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule Braunschweig.

Dr. R. Ludwig, Institut für angewandte Mathematik und darstellende Geometrie der Technischen Hochschule Braunschweig.

Unipolarität und Entspannung.

Von F. Trey, Leoben.

Mit 2 Textabbildungen.

(Eingegangen am 10. Mai 1950.)

Unipolar nennt man elektrische Kontakte zwischen ner Metallspitze und einem Halbleiter, wenn bei leicher Spannung der durchgehende Strom in einer ichtung größer ist als in der anderen. Da die Wahl es Metalls unwesentlich ist, spricht man in einem olchen Fall von einer Unipolarität des Halbleiters. Die Ursachen dieser Erscheinung sind noch nicht ganz inwandfrei aufgeklärt. Theoretisch haben sich zuerst CHOTTKY [1] und MOTT [2] eingehend mit diesem roblem beschäftigt; ihre Anschauungen wurden dann rährend der letzten 10 Jahre durch namhafte Verreter der Bell Telephone System Laboratorien, nter anderen Pearson und J. Bardeen [3] ausebaut und weiterentwickelt. SCHOTTKY hatte nachinander zwei Hypothesen aufgestellt. heorie (1926), die auch von van Geel [4] überommen wurde, setzt eine distanzwahrende Schicht n der Kontaktstelle voraus. Eine solche Schicht pildet z. B. die Oxydationshaut beim Aluminium. Bringt man auf die isolierende Schicht einen Halbeiter und legt eine Spannung an, so hat man eine mipolarwirkende Kontaktstelle. Adsorbierte Gaschichten, insbesondere Wasserdampf, kommen gleichalls als distanzwahrende Schichten in Betracht. Die Inipolarität wird auf eine kalte Entladung zurückgeführt, für die wegen der außerordentlich geringen Dicke der Schicht Feldstärken bis zu 108 V/cm zur Verfügung stehen. Dabei werden vom Metall mehr Elektronen emittiert als vom Halbleiter. Nach den Ergebnissen von Geismann [5] ist diese Theorie in vielen Fällen richtig, aber sie genügt nicht, um alle Erscheinungen an allen unipolaren Kontaktstellen befriedigend zu erklären: in zahlreichen Fällen ist nicht der Elektronenstrom von der Metallspitze der größere Strom, sondern der Widerstand ist bei der entgegengesetzten Schaltung geringer; und es sind auch Kombinationen mit ausgesprochener Unipolarität bekannt, bei denen bestimmt keine distanzwahrende Schicht beteiligt ist. Das bewog Schottky 1939 eine neue Theorie aufzustellen. In ihr spielt der Halbleiter nicht mehr die Rolle einer schlecht emittierenden Elektrode. Die Sperrschicht wird in den Halbleiter selbst verlegt. Sie soll in eigentümlicher Weise, etwa wie die Raumladungen in einem Gas, aus Elektronen oder Defektelektronen oder auch aus getrennten Schichten beider aufgebaut sein. Die Schottkysche Theorie wird in den meisten Abhandlungen über Unipolarität den theoretischen Betrachtungen zugrunde gelegt. Entstanden aus einem Vergleich mit Gasentladungen enthält diese Theorie aber sehr viel rein hypothetische Annahmen. Um zu einer befriedigenderen Darstellung der unipolaren Wirkung zu gelangen, sind daher neue experimentelle Untersuchungen erforderlich geworden. Shive [6] konnte am Germanium zeigen, daß bei dem mit der Unipolarität eng verwandten Transistoreffekt (zwei Nadeln eng beieinander) die Sperrschicht sich tatsächlich innerhalb des Halbleiters befindet, und hat somit die erste Annahme von Schottky über den Ort der Sperrschicht bestätigt. Soaff [7] und seinen Mitarbeitern ist es

sogar gelungen, die Sperrschicht im Silizium sichtbar zu machen.

Der vorliegende Beitrag zu diesem Problem zeigt die Beeinflussung bzw. Zerstörung der Sperrschicht durch Druck und ihre Rückbildung bei Entspannung an gepreßten Pulverpräparaten aus Bleiglanz (PbS). Die Untersuchung wurde durch folgende Beobachtungen veranlaßt [8]: unmittelbar nach dem Pressen ist das PbS nicht unipolar, es wird aber unipolar, wenn man das Präparat erwärmt. Besonders auffällig sind die einander aufhebenden Wirkungen des Pressens und Temperns, wenn man ein erwärmtes und daher unipolar gewordenes Präparat mit einem kleineren Stempel von neuem unter Druck setzt: die nicht gepreßten Stellen behalten ihre Unipolarität, die gepreßten Stellen haben sie verloren. Man kann ein Präparat auch wiederholt durch abwechselndes Tempern und Pressen nach Belieben unipolar oder in beiden Richtungen gleichleitend machen. regelmäßig wie das Auftauchen und Verschwinden der Unipolarität verändert sich außerdem auch noch die Größe des Widerstandes der Präparate. Nach dem Pressen ist der Widerstand groß, durch Erwärmung wird er wieder verkleinert. Die Präparate werden aus PbS-Pulver von Kahlbaum hergestellt, das zuerst im Mörser zerrieben, dann durch ein Sieb mit einer Maschenweite von 0,1 mm geschüttet und in Messingnäpfe von 12 mm Durchmesser unter einem Druck von 9000 at mit einem auf Hochglanz poliertem Stahlstempel hineingepreßt. Beim Bleiglanz kommen die Flächenformen (100) und (111) am häufigsten vor, aber auch (110), (211), (221) und (331) sind nicht selten und sogar so hoch indizierte Flächen wie (441) und (771) sind angetroffen worden. Alle diese und die übrigen (hhl)-Formen sind zugleich Gleitrichtungen. Daher läßt sich das PbS außerordentlich gut plastisch deformieren, und man erhält beim Pressen eine ganz ebene spiegelnde Oberfläche, die aus PbS-Körnern von annähernd 0,007 mm Durchmesser besteht. Spitze der Stahlnadel ist von derselben Größenordnung. Die Druckkraft, die auf die Nadel wirkt, beträgt 10 p. Die Kontakte werden mit Spannungen von 1 bis 3 V belastet und die Stromstärken, die zwischen I und 15 mA schwanken, beobachtet, wobei jedesmal mit einem Kommutator von Kohl umgeschaltet wird. An neuen gepreßten Präparaten ändert sich beim Umschalten der Strom nicht. Erst, nachdem die Präparate etwa 1 Std lang auf 200° C erhitzt worden sind, werden sie unipolar: der Durchlaßstrom (Nadel —) kann dabei bis 20mal größer werden als der Strom in der Sperrichtung (Nadel +). Es ist außerdem noch beobachtet worden, daß einige PbS-Präparate auch ohne Erhitzen nach längerer Zeit (etwa 1 Jahr) schwach unipolar geworden waren. Um festzustellen, ob die Unipolarität mit strukturellen Veränderungen des PbS in Verbindung steht, wurden die Präparate nun mit einer Reglerschen Kegelkammer und einer Siemens-Röhre mit Cu-Anode auf ihren Strukturzustand hin untersucht. Die Rückstrahlaufnahmen (Abb. 1) wurden bei 40 kV und 10 mA gemacht und dauerten 3 Std. Die Aufnahmen und die von ihnen erhaltenen Photometerkurven (Abb. 2) zeigen folgendes: das nicht getemperte gepreßte Präparat (Abb. 1, oben rechts bzw. Abb. 2, die zweite Kurve von oben) hat gegenüber dem ungepreßten PbS-Pulver (Abb. 1, oben links, bzw. Abb. 2, oberste Kurve) sehr stark

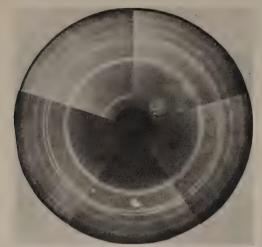


Abb. 1. Rückstrahlaufnahmen von ungepreßtem (links oben), gepreßtem und nicht erwärmten (rechts oben) und auf 100° C (unten rechts), 200° C (unten Mitte), 500° C (unten links) erwärmten PbS-Pulver.

verbreiterte Röntgenlinien; die Arkel-Aufspaltung der Linie 246 (Abb. 2) ist nicht mehr vorhanden und die Linie des größten Ablenkungswinkels (85,7°C) ganz verschwunden. Das Pressen hat also sehr starke Spannungen in den Kristalliten hervorgerufen. Diese

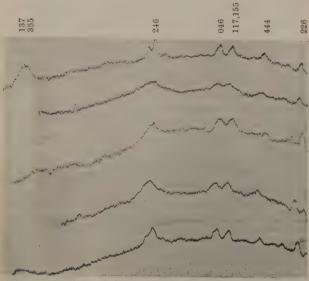


Abb. 2. Mikrophotometerkurven der Röntgenaufnahmen von Abb. 1. Von oben: 1. undeformiert, 2. deformiert und nicht erwärmt, 3. auf 100° C, 4. auf 200° C, 5. auf 500° C erwärmt und dadurch wieder entspannt.

Spannungen nehmen schon nach einem Tempern bei 100° C deutlich ab: die Linien (226), (117), (155) und (046) haben an der dritten Kurve von oben (Abb. 2) wieder spitze Maxima erhalten und an der Linie (246) bemerkt man auch schon wieder die Arkel-Aufspaltung. Nach dem Erhitzen auf 200° C ist die Entspannung weiter fortgeschritten: das Maximum der Linie (444) auf der vierten Kurve von oben (Abb. 2) ist auch scharf geworden (vgl. auch Abb. 1 unten Mitte). Nach dem Erhitzen auf 500° C ist die Ent-

spannung schon so groß, daß die erhaltene Aufnahr (Abb. 1, unten links) beinahe derjenigen des Ausgang materials (Abb. 1, oben links) gleicht; insbesonde zeigt die entsprechende Photometerkurve (Abb. unterste Kurve) den Ansatz für die Linie des größt Ablenkungswinkels. Ich folgere daraus, daß die nac gewiesenen starken Spannungen bzw. Gitterstörung im ungetemperten Präparat die Bildung der Spei schicht und damit das Auftreten der Unipolarität ve hindern. Erst dann, wenn die Spannungen nach de Erhitzen auf 200° C wieder genügend abgenomme haben, wird das Präparat unipolar. Daß die Spa nungen im Laufe einer längeren Zeit auch ohne Ter pern abnehmen können, ist verständlich. Die a 500° C erhitzten Präparate zeigen keine Unipolaritä SZÉKELY DE DOBA [9] führt das auf eingetreter chemische Einwirkungen zurück. - Es sind fern von dem ungepreßten Ausgangsmaterial und de gepreßten nicht getemperten PbS Pulveraufnahme nach Debye-Scherrer und Straumanis gemach worden. Der Vergleich der Aufnahmen ergibt ein ganz geringe Abnahme der Gitterkonstanten nach de Pressen. Die Unterschiede der Linienabstände be tragen nur 0,2 mm und das entspricht einer Ve ringerung der Gitterkonstanten um 0,1 % oder 0,006 A Aus allem ist ersichtlich, daß das Auftreten de Unipolarität mit einer Veränderung der Struktu verhältnisse in Zusammenhang steht: nur in weni oder gar nicht deformierten Kristallen oder Krista liten kann sich eine für den Effekt günstige Sper schicht bilden. Die Untersuchungen bestätigen alse daß die Unipolarität des PbS eine strukturempfind liche Eigenschaft dieses Stoffes ist.

Die seit der Entdeckung der Unipolarität bereit bekannte Tatsache, daß größere Belastungen de Nadel, also schon etwa 12 bis 15 p, die bei kleinere Belastungen beobachtete Unipolarität wieder zur Verschwinden bringen, hat Schottky [10] seinerzei auf eine Vergrößerung der Kontaktfläche zurück geführt, da bei den entsprechenden Drücken die Fließ grenze des Stahls überschritten wird. In der Tat ent spricht einer Druckkraft von 12 p bei einem Durch messer des Spitzenendes von 0,02 mm schon ein Druck von rund 4000 kp/cm², und man kommt damit alse in die Nähe der Fließgrenze des Stahls. Nachden aber der Zusammenhang der Unipolarität mit de Regelmäßigkeit der Gitterstruktur der Kristallite fest gestellt ist, erscheint es wohl bei weitem wahrschein licher, daß nicht der Stahl, sondern der Kristall de formiert wird. Ist doch die Vickershärte der PbS Präparate nur 300 kp/cm² gegenüber 900 kp/cm² de Vickershärte von Stahl, wie er zum Herstellen von Nadeln verwandt wird.

In letzter Zeit haben noch Sosnowski, Soole Starkiewicz und Simpson [11], [12], [13] auf Glas aufgedampfte PbS-Präparate untersucht. An mehreren Stellen erwähnen die genannten Autoren, daß zur Sensibilisierung ihrer Präparate eine Erwärmung auf 250° C erforderlich oder jedenfalls sehr günstig ist. Welche Vorgänge über die Erwärmung zur Steigerung der Empfindlichkeit führen, wird nicht gesagt. Die Übereinstimmung der Sensibilisierungstemperaturen bei den aufgedampften und den gepreßten PbS-Präparaten, läßt vermuten, daß diese Temperaturlage bei den aufgedampften Schichten zum Aufbau größerer einkristalliner Gebiete und überhaupt zu einer

rößeren Regelmäßigkeit des kristallinen Gitters führt. Ian könnte in beiden ansonst so verschiedenen Fällen on einer Rekristallisation sprechen.

Auf Grund aller bisherigen Ergebnisse kommt man 1 folgendem Bild von der Unipolarität des Bleianzes: der elektrische Strom im PbS besteht enteder aus bewegten Elektronen oder Defektelektronen der wird von beider Art Trägern gleichzeitig geagen [13]. Beide Sorten Elektrizitätsträger werden zeugt durch im Kristallgitter des PbS eingelagerte berschüssige Atome oder auch Fremdatome. Und war liefern Sauerstoffatome [12] und eventuell auch berschwefelung Defektelektronen, ein Überschuß n Bleiatomen dagegen Leitungselektronen. Defektlektronen, allein oder im Überschuß, ergeben einen -Leiter oder p-PbS¹. Stellen, an denen sich gitterremde Bleiatome, allein oder im Überschuß, befinden, rgeben n-PbS. Sind in einem begrenzten Gebiet ines PbS-Präparates gar keine oder nur eine Art von störstellen oder Fremdatomen vorhanden oder sind lie zweierlei Fremdatome ganz gleichmäßig verteilt, o treten überhaupt keinerlei Effekte auf, weder Jnipolarität, noch die lichtelektrischen Spannungsund Leitfähigkeitseffekte. Alle diese Effekte sind eben n das Vorhandensein einer Sperrschicht (Barrierayer) zwischen einem p-Gebiet und einem n-Gebiet m PbS gebunden. Damit solche Gebiete in den Kristallkörnern entstehen können, müssen die Fremdtome im Gitter des PbS herumwandern können. Beim Erstarren größerer Blöcke aus der Schmelze, wie es Scaff [7] für Silizium beschreibt, erscheint eine solche Abwanderung aus der Flüssigkeit in der Nähe der erstarrenden Masse zu den wärmeren Stellen hin plausibel. Aber auch in den festen gepreßten oder aufgedampften Kristalliten des PbS muß eine solche Diffusion oder Wanderung der Störstellen unter Umständen stattfinden. Andrade [14] ist der Ansicht, daß die störenden Fremdatome immer nach den Korngrenzen abwandern. Die Entspannung eines deformierten Gitters und die Temperaturerhöhung fördern die Abwanderung. Aber eine Temperaturerhöhung, welche für die Abwanderung der kleinen Sauerstoffatome bereits genügt, reicht zur Abwanderung der großen Bleiatome noch nicht aus und daher kommt es zur Bildung von getrennten Zonen. An den Korngrenzen finden wir ein Gebiet mit p-PbS und überwiegender Defektleitung, im Innern des Kristallites sind Bleiatome als Störatome im Überschuß, die n-PbS mit vorwiegender Elektronenleitung erzeugen. Die Stellen, an denen diese Gebiete oder Zonen aneinander grenzen, bilden die Sperrschicht, deren Vorhandensein für alle Effekte eine notwendige Vorbedingung darstellt. Als günstigste Temperatur für die Entstehung einer solchen Sperrschicht hat sich übereinstimmend das Temperaturintervall zwischen 150 und 250° erwiesen. Wird die Temperatur noch weiter erhöht, so können vermutlich auch die Bleiatome in größerer Zahl an die Korngrenzen abwandern; dadurch werden die getrennten p- und n-Zonen abgebaut oder verwischt, die Sperrschicht verschwindet und mit ihr auch die Unipolarität. Das Verschwinden der Unipolarität bei 500°, von der oben berichtet wurde, findet in diesem Bilde somit eine hinreichende Erklärung, ohne daß man chemische Vorgänge in Erwägung zu ziehen braucht.

Die Photometerkurven wurden von Dipl.-Ing. von Kahler im Laboratorium der Österreichisch-Amerikanischen Magnesit A.G. Radenthein hergestellt und die Bestimmung der Härte der Präparate ist von Dr. mont. Ontsch vom Institut für Metallkunde an der Montanistischen Hochschule Leoben gemacht worden. Auch an dieser Stelle sei dafür gedankt.

Zusammenfassung.

Es wird an gepreßten Bleisulfidpräparaten bewiesen, daß das Auftreten der Unipolarität bei der Sensibilisierung durch Erwärmung von Veränderungen der Gitterstruktur der Kristallite begleitet ist (Entspannung, geringe Veränderung der Gitterkonstante). Die Entstehung der Sperrschicht im PbS wird auf eine Verlagerung der Fremdatome bzw. überschüssigen Atome im entspannten Gitter zurückgeführt.

Literatur. [1] Schottky, W.: Z. Physik 14, 87 (1923); 113, 368 (1939). — [2] Mott, N. F.: Proc. roy. Soc. Lond. 171, 27, 281 (1939). — [3] Pearson, G. L., and J. Bardeen: Phys. Rev. 75, 865 (1949). — [4] van Geel, W. Ch.: Z. Physik 69, 765 (1931). — [5] Geismann, H.: Phys. Z. 36, 132 (1935). — [6] Shive, J. N.: Phys. Rev. 75, 689 (1949). — [7] Scaff, J. H., H. C. Theuerer, E. E. Schumacher: Trans. Amer. Inst. min. metallurg. Engrs. 185, 383 (1949). — [8] Trey, F.: Naturwiss. 18, 1099 (1930). — [9] Székely De Doba, A.: S.ber. Akad. Wiss. Wien, Math.-naturwiss. Kl., Abt. II a 127, 1 (1918). — [10] Schottky, W.: Z. Physik 113, 401 (1939). — [11] Starkiewicz, J., L. Sosnowski, O. Simpson: Nature, Lond. 158, 28 (1946). — [12] Starkiewicz, J., L. Sosnowski, O. Simpson: Nature, Lond. 159, 818 (1947). — [13] Sosnowski, L., B. W. Soole, J. Starkiewicz: Nature, Lond. 160, 472 (1947). — [14] Da C. Andrade, E. N.: Nature, Lond. 148, 520 (1941).

Prof. Dr. F. Trey, Leoben, Montanistische Hochschule. Lehrkanzel für Physik.

¹ Diese jetzt allgemein angenommene Bezeichnungsweise kann man am besten am Silizium, das von Scaff [7] eingehend untersucht ist, erläutern. Scaff erhält beim Erhärten aus der Schmelze unter bestimmten Umständen einen Si-Block, der aus zwei verschiedenen Si-Arten bzw. Si-Legierungen besteht: dem p-Si und dem n-Si, die sich vor allem durch die Art der Stromleitung unterscheiden. Beim p-Si sind die Trä-ger der Elektrizität Defektelektronen, beim n-Si sind es Elektronen. Man erhält p-Si durch Hinzufügen ganz geringer Mengen (bis 0,05%) Bor oder Aluminium, n-Si dagegen durch Beimengungen von Phosphor, Antimon oder Arsen (bis 0,11%) Die beiden Arten der Legierungen unterscheiden sich auch noch in anderer Hinsicht: p-Si hat eine große positive Thermospannung gegenüber Metallen und einen positiven Hall-Koeffizienten, beim n-Si sind in beiden Fällen die Vorzeichen negativ. Das Grenzgebiet im Si-Block, in dem sich der Leitungsmechanismus ändert, ist die gesuchte Sperrschicht. Sie besteht, wie Mikroaufnahmen von geätzten Schliffen beweisen, aus vielen in auffallender Weise ineinander gewachsenen etwa 0,005 mm dicken Schichten von p- und n-Silizium und hat damit eine gewisse Ähnlichkeit mit dem von Schottky (s. oben) zur Erklärung der Unipolarität angenommenen Gebilde. Liegt der Kontaktpunkt auf dem p-Si, so ist der Widerstand kleiner, wenn die Nedel gewahlten der Siener der Siener der Stand kleiner wenn die Nedel gewahlten. stand kleiner, wenn die Nadel negativ und das Si positiv ge-laden werden. Liegt der Kontaktpunkt dagegen auf dem n-Si, so ist der Widerstand kleiner, wenn die Nadel positiv und das Si negativ ist. Daß bei meinen Bleiglanzpräparaten die Oberfläche aus p-PbS besteht, bestätigt die Bestimmung der Thermospannung: diese ist gegen Cu positiv.

Über die Ausmessung von Ultraschallfeldern in Flüssigkeiten.

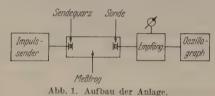
Von RUDOLF KRAUSE.

(Aus dem Ultraschallaboratorium der Firma Dr. Steeg & Reuter GmbH. Bad Homburg v. d. H.)

Mit 8 Textabbildungen.

(Eingegangen am 17. Januar 1950.)

Im Ultraschallgebiet, wo man es im allgemeinen mit Strahlern zu tun hat, deren Ausdehnung groß gegen die erzeugte Welle ist, bilden sich vor den Schallgebern ausgedehnte Interferenzfelder aus. Sie kommen dadurch zustande, daß die von den konphas schwingenden Elementen der Strahlerfläche ausgehenden Schallstrahlen im Aufpunkt nach dem Huyghens-Fresnelschen Prinzip mit einer gegenseitigen Phasenverschiebung ankommen. Die im Aufpunkt resultierende Amplitude ergibt sich demnach durch phasenrichtige Summation der einzelnen Strahlen. Infolgedessen kann man allein aus der mittleren abgestrahlten Leistung des Senders nicht auf die örtliche Energiedichte schließen. Der Verlauf des Interferenzfeldes



hängt von der Frequenz, dem Strahlerradius, dem Medium und äußerst stark auch von Halterungseinflüssen des Strahlers ab.

Zur Abtastung von Ultraschallfeldern sind die im Hörbereich üblichen Empfänger nicht immer anwendbar, da sich ihre mechanischen Eigenschwingungen nicht bis zu genügend hohen Frequenzen steigern lassen. Man ist daher im Ultraschallgebiet auf andere Verfahren angewiesen.

Von den mechanischen Methoden ist die Messung mit dem Schallradiometer am gebräuchlichsten. Es besteht aus dem Schallreflektor und dem Druckmesser, für den vorwiegend Torsionswaagen benutzt worden Da die mechanischen Methoden alle auf die Größe des Schallgleichdruckes ansprechen, ergibt sich hier auch eine relativ geringe Meßgenauigkeit. hat ihren Grund darin, daß die Empfänger sämtliche Gleichströmungen in dem Medium anzeigen. stärkste in Schallfeldern auftretende Gleichströmung, auch als "Quarzwind" bezeichnet, geht von dem Strahler aus. Bei der Kompression des Strahlers wird das Medium seitlich angesaugt und bei der Dilatation in der Schwingungsrichtung fortbewegt. Diese Fehlerquelle läßt sich zwar verringern, aber nie ganz beseitigen. Mit dieser Methode haben F. E. Fox und G. D. Rock [1] Schallfeldausmessungen durchgeführt, und konnten bei 2,5 MHz nur die Intensitätsverteilung längs der Mittelnormalen in größerer Entfernung vom Strahler ermitteln.

Bei Anwendung von thermischen Empfängern mißt man entweder die Erwärmung durch Absorption der Ultraschallenergie oder die Kühlung eines vorgeheizten Widerstandsdrahtes durch die Schallwelle. Auch hier wirken sich die Gleichströmungen auf die Meßgenauigkeit ungünstig aus, da sie die Abkühlung verstärken. Außerdem stören Wärmeströmungen, die dadurch zustande kommen, daß in der Nähe des

Strahlers durch Absorption und dielektrische Verlus des Senders eine zusätzliche Temperaturerhöhur stattfindet. Die thermischen Empfänger haben geger über mechanischen Methoden den Vorteil größer Empfindlichkeit und kleinerer Abmessungen. R CHARDS [2] verwandte eine mit Pech umhüllte Thermsäule, die noch auf 0,01 W/cm² ansprach und zu kalorimetrischen Messung der Gesamtschalleistung einem Versuchsgefäß diente. Kürzlich hat HÜTER [3 auch die Querverteilung des Ultraschallfeldes in einer Flüssigkeit mittels einer Thermonadel ausgemesse:

Die piezoelektrischen Empfänger beruhen auf d Messung der durch die Schallwellen auftretende Druckschwankungen. Da dieser Schallwechseldruck um mehrere Zehnerpotenzen größer als der Scha gleichdruck ist, ergibt sich bei dieser Methode grund sätzlich eine höhere Empfindlichkeit. Durch die Me sung des Schallwechseldrucks wird außerdem ein ausgezeichnete Meßgenauigkeit erreicht, da sich d durch Gleichströmungen in dem Medium auftretende Druckschwankungen nicht auswirken können. De Vorteil von Quarzsonden gegenüber thermische Empfängern besteht neben der Unabhängigkeit geger über Wärmeströmungen vor allem darin, daß Quar sonden eine schnelle punktförmige Ausmessung de Schallfeldes durchzuführen gestatten, während b Thermonadeln jedesmal erst Temperaturgleichgewich abgewartet werden muß. Obgleich eine größere Anzal von Arbeiten mit piezoelektrischen Empfänger bereits vorliegt, ist die Entwicklung dieser Method noch nicht abgeschlossen. Als eine der neueste Arbeiten sei hier die von Born [4] erwähnt. Er erhä in 15 bis 30 cm Abstand vom Strahler längs de Mittelnormalen eine relativ gute Übereinstimmun zwischen Messung und Rechnung. Infolge der Aus dehnung seines Empfängers kann er die Nullstelle des Feldes nicht experimentell ermitteln und kann nu in größerer Entfernung die Verteilung senkrecht zu Mittelnormalen messen. Sein Verfahren gestattet noch Energiestromdichten von $1 \cdot 10^{-3} \text{ W/cm}^2 \text{ zu bestim}$ men. Im Hinblick auf die Bedeutung der Kenntni der Energieverteilung im Schallfeld für medizinische und technische Anwendungen ist darum eine Methode entwickelt worden, die im gesamten Interferenzfeld nahezu punktförmig auch die kleinsten Energiedichter auszumessen gestattet. Hiermit kann man also bequen die Energieverteilung senkrecht zur Mittelnormaler auch in der Nähe des Schallstrahlers erfassen, welche bisher rechnerisch und meßtechnisch nur umständlich bestimmt werden konnte. Mit dieser Methode ist es außerdem möglich die Intensitätsverteilung auf dem Strahler selbst zu ermitteln und den Einfluß der Strahlerhalterung auf die Ausbreitungsform des Feldes zu zeigen. Den Aufbau der Anlage zeigt Abb. 1.

Zur Vermeidung von stehenden Wellen zwischen Sende- und Empfangsquarz wurde der Sendequarz, der als Dickenschwinger auf 1000 kHz abgestimmt war, durch einen mit Impulsen modulierten Hochfrequenzsender von ebenfalls 1000 kHz erregt. Die Abstrahlung erfolgte in einen Meßtrog von $14 \times 14 \times$ 50 cm. Die Impulsbreite war stetig regelbar von $1.6 \cdot 10^{-5}$ bis $3 \cdot 10^{-4}$ sec. Eine weitere Herabsetzung der Impulsdauer war nicht zulässig, da sonst die Einschwingzeit des Quarzes unterschritten wäre. Mit dieser Impulsdauer ergibt sich, daß bei einer Schallgeschwindigkeit von 1490 m/sec in Wasser die Länge des Wellenzuges kleiner als 2,4 cm ist. Aus diesem Grunde konnte sich bei Aufpunktsentfernungen > 1,2 cm zwischen Sende- und Empfangsquarz keine stehenden Wellen bilden. Bei kleineren Aufpunktsentfernungen konnten durch leichte Schrägstellung der Sonde die Bildung von stehenden Wellen unterbunden werden. Die Vermeidung von stehenden Wellen war notwendig, um störende Rückwirkungen auf den Sender auszuschalten. Durch eine hinter der Sonde aufgestellte etwa 4 cm dieke Zellstoffpackung wurden die Schallwellen absorbiert und konnten daher nicht durch Reflexion an der Rückwand der Meßküvette wieder auf den Sender zurückwirken.

Da die Untersuchung von Interferenzfeldern, bei denen die Abstände zwischen aufeinanderfolgenden Maxima und Minima klein gegen die eingeführten Sonden sind, an sich unmöglich ist, wurde ein besonders entwickelter kleiner Empfänger zur Ausmessung benutzt. Der Empfangsquarz mit einem Durchmesser von 3 mm war als Dickenschwinger ebenfalls auf 1000 kHz abgestimmt und somit ein Arbeiten in seiner Resonanzfrequenz gewährleistet. Zur Erreichung einer guten Schwingfähigkeit wurde der Empfangsquarz in seiner Knotenlinie gehaltert. Die auftretenden Wechsclspannungen wurden über ein abgeschirmtes Kabel dem Gitter der ersten Röhre des Empfängers zugeführt. Den Empfänger bildete ein dreikreisiger Resonanzverstärker, dessen Ausgangsspannung wahlweise an einem Oszillographen oder an einem folgenden C-Gleichrichter gemessen werden konnte. Sonde auf die Größe des Schallwechseldruckes ansprach, die Ladungsmenge, bzw. die auftretende Spannung dieser proportional ist und der Empfänger linear verstärkte, mußte wegen der Proportionalität zwischen der Intensität und dem Quadrat der Spannung die Ausgangsspannung quadriert werden, um die Intensitätsverteilung zu erhalten. Wurde nicht quadriert, so war die Anzeige dem relativen Schalldruck proportional. Infolge der hohen Empfindlichkeit bei der Messung des Schallwechseldruckes konnten bequem noch Schalleistungen von 5·10⁻¹⁰ W/cm² ermittelt werden.

Die Berechnung des Schallfeldes beruht auf der Auswertung des von RAYLEIGH [5] angegebenen Integrals für das Geschwindigkeitspotential φ :

$$\varphi = -\frac{1}{2\pi} \int_{F} \int_{F} \frac{e^{i\,k\,r}}{r} \cdot \frac{\partial\,\varphi}{\partial\,\mathfrak{n}} \,dF \,. \tag{1}$$

Hierbei ist dF das Flächenelement des Schwingers, r die Entfernung des Aufpunktes von dem betreffenden Flächenelement, $k=2\pi/\lambda$, wobei λ die Wellenlänge bedeutet, it die Richtung der Flächennormalen, $\partial \varphi/\partial u$ also die Normalgeschwindigkeit. Die Rechnung wurde von Stenzel [6] für den Fall der Kolbenmembran in einer unendlich ausgedehnten starren Wand durchgeführt. Er erhält für die relative Schalldruckamplitude bei Abstrahlung in ein dämpfungsfreies Medium:

$$p = \sin\left\{\frac{k}{2}\left[\sqrt{R^2 + z^2} - z\right]\right\},\tag{2}$$

und daraus für die relative Intensitätsverteilung längs der Mittelnormalen:

$$I=\sin^2\left\{\frac{k}{2}\left[\sqrt{R^2+z^2}-z\right]\right\}, \tag{3}$$

wobei R den Radius des Strahlers und z die Aufpunktsentfernung vom Strahler bedeuten. Aus der Beziehung (3) folgt für die Lage der Nullstellen:

$$z_0 = \frac{R^2 - n^2 \lambda^2}{2n \lambda}$$
 mit $n = 1, 2, 3, \dots$ (4)

und für die Maxima:

$$z_m = \frac{4R^2 - \lambda^2 [2n+1]^2}{4\lambda [2n+1]} \quad \text{mit} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$
 (5)

Die Lage der Extremwerte hängt also nur von dem Strahlerradius und der Wellenlänge ab, und die Ausdehnung des Interferenzfeldes wächst mit der Frequenz

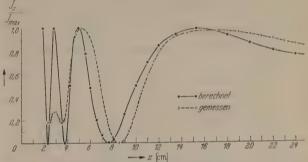


Abb. 2. Relative Intensitätsverteilung längs der Mittelnormalen (R=1,5 cm, $\nu=1000$ kHz, in Wasser).

und dem Strahlerradius. Punkte völliger Auslöschung treten nur in endlicher Anzahl auf, nämlich nur solange $R^2 > n^2 \lambda^2$ d.h. $n < R/\lambda$ ist und häufen sich in der Nähe des Strahlers. Das Entstehen von Interferenzfeldern wird also durch ein großes R/λ begünstigt.

Im Falle, daß der Strahlerradius klein gegen die Wellenlänge ist, breitet sich das Schallfeld in Form einer Kugelwelle aus, während das Schallfeld bei unendlich großem Strahlerradius dem einer ebenen Welle gleichzusetzen ist. Zwischen diesen beiden Extremen liegen in der Praxis die meisten Untersuchungen.

Abb. 2 zeigt die verhältnismäßig gute Übereinstimmung zwischen der gemessenen und berechneten relativen Intensität längs der Mittelnormalen. In der Rechnung wurden obige Beziehungen ausgewertet und die Absorption nicht berücksichtigt, da ihr Einfluß bei den in Frage kommenden Entfernungen äußerst gering ist. Die erhaltenen Meßergebnisse wurden in unmittelbarer Nähe des Strahlers gefälscht. Da die Rechnung nur für die Mittelnormale gilt, während die zur Messung benutzte Sonde einen darüberhinausreichenden Empfangsquerschnitt besitzt, konnte nicht bis auf die kleinstmögliche Entfernung an den Sendequarz herangegangen werden. Bei den Messungen wirkte sich die in der Flüssigkeit gelöste Luft störend aus, und erst nach Entgasung wurden reproduzierbare Werte erhalten.

Wollte man die Diskrepanz zwischen Messung und Rechnung in Abb. 2 aus der Abhängigkeit von der Entgasung oder aus einem Temperatureinfluß erklären, bzw. wie Born [4] dadurch begründen, daß für die gemessene Kurve infolge der Dämpfung in der Rechnung ein kleinerer wirksamer Strahlerradius anzusetzen ist, so könnte man rückwärts auch Gl. (4) die notwendigen Werte ermitteln. Führt man diese

Rechnung aus der Lage der letzten beiden Nullstellen durch, so ergibt sich $\lambda=1$ cm und R=4.5 cm. Diese Werte entsprechen aber offensichtlich nicht den wirklichen Verhältnissen. Eine andere Möglichkeit wäre

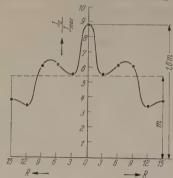


Abb. 3. Relative Intensitätsverteilung auf der Strahlerfläche bei schwacher Dämpfung (R=1,5 cm, v=1000 kHz).

die, daß die Dauer der Impulse nicht ausreicht, um ein Interferenzfeld aufzubauen, an dem sämtliche

dehnten starren Wand gilt und in der Meßvorrichtung der Schwinger jedoch in einer Wand von endlicher Ausdehnung gehaltert wird, wäre eine Abweichung der Meßergebnisse vom theoretischen Wert zu erwarten. Berechnungen für den Fall einer frei schwingenden Membran wurden von Sommerfeld [7] durch geführt. Die von ihm in Form von Reihenentwicklungen gefundenen Ergebnisse sind jedoch nur be Strahlern gut anwendbar, deren Umfang klein gegen die Wellenlänge ist. Wie MEINNER und FRITZE [8] zeigen, ist bei Wellenlängen, die klein gegen den Membranumfang sind, das Schallfeld einer schwingenden Membran fast unabhängig davon, ob die Membran in einer unendlich ausgedehnten starren Wand oder in einer von endlicher Ausdehnung oder gar frei schwingt. Die Untersuchungen von MEIXNER und Fritze [8] lassen erkennen, daß die zu erwartenden Abweichungen innerhalb der Fehlergrenzen der Meßeinrichtung liegen.

Der wirkliche Grund für die Abweichung liegt darin, daß der Strahler nicht, wie in der Rechnung

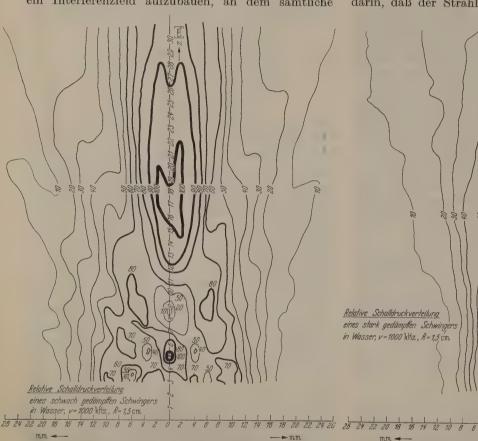


Abb. 4. Relative Schalldruckverteilung des schwach gedämpften Strahlers (R=1,5 cm, v=1000 kHz, in Wasser).

Flächenelemente des Strahlers beteiligt sind. Bei einer Impulsdauer von 1,6·10⁻⁵ sec hatten die Wellenzüge eine Länge von 2,4 cm in Wasser. Sollte diese Impulszeit zu kurz sein, so müßte in den ausgemessenen Aufpunkten eine Differenz von 2,4 cm zwischen den Entfernungen Strahlermitte—Aufpunkt und Strahlerrand—Aufpunkt bestehen. Wie aus den geometrischen Verhältnissen aber ersichtlich ist, liegt diese Differenz nur in der Größenordnung von einigen Zehntel-Millimetern.

Da der Ansatz der Rechnung nur für eine kreisförmige Kolbenmembran in einer unendlich ausge-

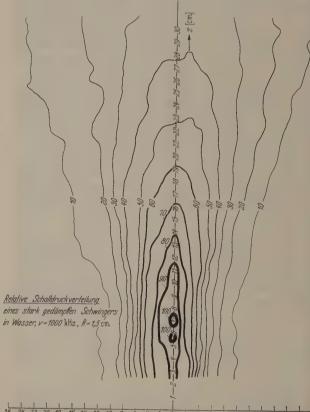


Abb. 5. Relative Schalldruckverteilung des stark gedämpften Strahlers $(R=1,5~{\rm cm},~\nu=1000~{\rm kHz},~{\rm in~Wasser}).$

angesetzt, überall mit gleicher Amplitude schwingt. Durch die Halterung des Strahlers sind die Randgebiete stärker als die Quarzmitte gedämpft, und daher deren Einfluß auf die im Aufpunkt resultierende Amplitude geringer.

Um die Dämpfung des Strahlers zu ermitteln, wurde die schwingende Fläche mit der Sonde abgetastet. Abb. 3 zeigt die sich daraus ergebende Intensitätsverteilung auf der Strahleroberfläche. Das Ergebnis stellt den Mittelwert einer größeren Zahl von Einzelmessungen dar und zeigt deutlich die nicht gleichmäßige Amplitudenverteilung. Die maximale

intensität beträgt das 1,6fache der mittleren Intensiät. Diese Überhöhung kann als ein Maß für die Güte biner Halterung gelten und ist um so größer, je stärker lie Randzonen des Strahlers gedämpft sind. Bei binem anderen Strahler von gleichen Abmessungen wurde fast die gesamte Schalleistung von einer kleinen Zone in der Mitte abgestrahlt, während bei dem schwachgedämpften die Ränder erheblich stärker an der Schallabstrahlung beteiligt waren. Die wirksame Strahlerfläche ist also bei einem schwach gedämpften Strahler größer als bei einem stark gedämpften. Aus diesem Grunde wird unter der Voraussetzung gleicher abgestrahlter Gesamtenergie ein schwach gedämpfter Schwinger wesentlich weniger beansprucht als ein stark gedämpfter. Das Auftreten der Zwischenmaxima

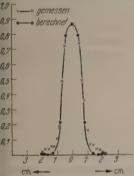


Abb. 6. Relative Intensitätsverteilung in großer Entfernung senkrecht zur Mittelnormalen $(R=1,5 \text{ cm}, \ ^{\nu}=1000 \text{ kHz}, \ \text{in}$ Wasser).

und -minima ist durch Radialschwingungskomponenten zu erklären.

Den großen Einfluß der Dämpfung auf die Energieverteilung im Strahlungsraum zeigt ein Vergleich der Abb. 4 und 5, die die relative Schalldruckverteilung dieser beiden Schwinger zeigen. Man sieht, daß bei starker Dämpfung die gesamte Strahlungsenergie zum größten Teil von einem kleinen Gebiet in der Mitte abgestrahlt wird. Der Schallstrahl verbreitert sich bei

dem stark gedämpften Schwinger schneller ohne wesentliche Interferenzen und das Feld ähnelt mehr dem eines Kugelstrahlers. Bei geringer Dämpfung zeigt die Energieverteilung ausgedehnte Interferenzen, die sich in der Nähe des Strahlers häufen.

Die Ermittlung der Energieverteilung senkrecht zur Mittelnormalen gelang STENZEL [6], jedoch nur außerhalb des letzten Maximums, auf die Berechnung eines von ihm abgeleiteten Begriffs, des Richtfaktors, zurückzuführen, dessen Größe dem relativen Schalldruck proportional ist. Für den kreisförmigen Kolbenschwinger erhält er den Richtfaktor

$$\Re = \frac{2I_1 \left[\frac{2\pi R \sin \beta}{\lambda} \right]}{\frac{2\pi R \sin \beta}{\lambda}}, \tag{6}$$

wobei I1, die Besselsche Funktion erster Ordnung und β den Winkel zwischen der Mittelnormalen und der Verbindungslinie Strahlermitte-Aufpunkt bedeuten. Nach Abb. 6 zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung für die Querverteilung des schwach gedämpften Quarzes, und Abb. 7 und 8 geben eine Gegenüberstellung der Querverteilung im letzten Minimum zu der im letzten Maximum auf der Mittelnormalen. Während im letzten Maximum die Intensität zum Rande des Strahlers hin rasch abfällt, steigt sie im letzten Minimum zu beiden Seiten äußerst stark an. Dieser Intensitätsverlauf zeigt deutlich, daß man infolge der stark ausgeprägten Interferenzstellen aus der vom Sender abgestrahlten Leistung allein nicht auf die örtliche Schallintensität schließen kann, sondern daß man

hierzu noch den Verlauf des Interferenzfeldes kennen muß. Durch Abb.8 wird die Größe des Verhältnisses von mittlerer abgestrahlter Leistung je em² zu örtlicher Energiedichte ermittelt. Bei einem Strahlerradius von 1,5 cm würde ohne das Auftreten von Interferenzen, also bei homogenem, parallelem Schallstrahl, die gestrichelte Kurve den Intensitätsverlauf wiedergeben. Da die Fläche unter beiden Kurven gleich sind, weil gleiche Gesamtschalleistung vorausgesetzt werden soll, ist das Verhältnis der Höhen a und b ein direktes Maß für das Verhältnis der im Schallstrahl auftretenden maximalen zu der mittleren abgestrahlten Intensität. Diese Überhöhung kann ein Vielfaches der mittleren Energiedichte auf der Strahlerfläche betragen; infolgedessen genügt es nicht, die

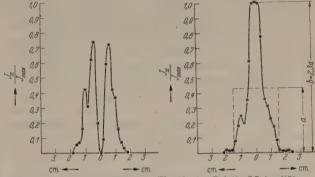


Abb. 7. Relative Intensitätsverteilung im letzten Minimum ($R=\frac{1}{2}$ teilung im letzten Maximum ($R=\frac{1}{2}$,5 cm, $\nu=1000$ kHz, in Wasser).

Gesamtschalleistung zu messen und durch die Strahlerfläche zu dividieren, um Gewißheit über die Energiedichte an einer bestimmten Stelle des Interferenzfeldes zu haben.

Zusammenfassung.

In der vorliegenden Arbeit wird die Konstruktion einer Anlage beschrieben, die zur Ausmessung von Ultraschallfeldern und zur Bestimmung der Intensitätsverteilung auf Strahlerflächen dient. Die Empfangsfläche der Quarzsonde ist nur wenige Millimeter groß, so daß selbst bei 1000 kHz noch recht genaue Feldmessungen möglich sind. Es werden die Intensitäts- und die Schalldruckverteilung von schwingenden Platten in Flüssigkeiten untersucht. Für das Schallfeld ist die Dämpfung des Strahlers von größter Bedeutung. Aus der Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung, die auf der Voraussetzung eines mit gleicher Phase schwingenden Quarzes beruht, kann geschlossen werden, daß die Strahlerfläche überall mit gleicher Phase schwingt. Durch Abtasten wird die Intensitätsverteilung auf der strahlenden Fläche ermittelt.

Literatur. [1] Fox, F. E., u. G. D. Rock: Phys. Rev. 54, 223 (1938). — [2] RICHARDS, W. T.: Science (Lancaster, Pa.) 76, 36 (1932). — [3] HÜTER, TH.: Z. angew. Phys. 1, 274 (1949). — [4] BORN, H.: Z. Physik 120, 383 (1943). — [5] LORD RAYLEIGH: The Theorie of sound London 1926 u. New York 1945. — [6] STENZEL, H.: Leitfaden zur Berechnung von Schallvorgängen. Berlin 1939. — [7] SOMMERFELD, A.: Ann. Phys. (5) 42, 389 (1943); (6) 2, 85 (1948). — [8] MEIXNER, J., u. FRITZE: Z. angew. Phys. 1, 535 (1949).

Dipl.-Phys. R. Krause, Oberursel i. Taunus, Damaschkestr. 1.

Über die Lebensdauer einer glühenden Wolframwendel und die Verdampfungsgeschwindigkeit des Wolframs im Hochvakuum.

Von Enis Baş-taymaz.

(Aus dem Institut für Technische Physik der E. T. H. Zürich.) Mit 3 Textabbildungen.

(Eingegangen am 11. Juni 1950.)

Die Lebensdauer eines glühenden Metallfadens im Hochvakuum ist im allgemeinen durch die Verdampfungsgeschwindigkeit bedingt, die für ein bestimmtes Metall nur noch von der Betriebstemperatur abhängig ist¹. Durch die Kenntnis der Verdampfungsgeschwindigkeit allein kann man allerdings die Betriebsdauer bis zum Durchbrennen eines solchen Glühfadens nicht voraussagen. Die Verdampfung schreitet nicht bis zum völligen Verbrauch des Fadengewichtes vor, es entsteht vielmehr nach einem bestimmten Gewichtsverlust eine Ungleichmäßigkeit der Durchmesserabnahme in verschiedenen Drahtquerschnitten, die den Temperaturausgleich entlang des Fadens stört und zu einem Instabilwerden der Heizung an der meistbeanspruchten Stelle führt. Man rechnet, daß die Lebensdauer z.B. eines im Hochvakuum glühenden Wolframdrahtes beendet ist, wenn sein Gewichtsschwund durch Verdampfung etwa 12% erreicht hat [3].

Die Abhängigkeit der Verdampfungsgeschwindigkeit von der Temperatur ist durch folgende Beziehung gegeben [4]:

$$\log m = A - \frac{B}{T} - C \log T. \tag{1}$$

In einem kleineren Temperaturbereich variiert $\log T$ sehr schwach, so daß wir schreiben können:

$$\log m = a - \frac{b}{T}. \tag{2}$$

Hier bedeuten A, B, C, a, b Materialkonstanten, m Verdampfungsgeschwindigkeit $[g/(cm^2 sec)]$, T die Betriebstemperatur $[^{\circ}K]$. Wenn die oben erwähnte Annahme zutrifft, wenn also die Lebensdauer eines im Hochvakuum glühenden Drahtes durch einen bestimmten prozentualen Gewichtsschwund infolge Verdampfung gegeben ist, so können wir für die wahrscheinliche Lebensdauer t_0 folgende Beziehung ableiten $(r_1$ Anfangsradius des Glühdrahtes, r_0 Radius nach t_0 Betriebstunden):

$$\begin{split} m \, t_0 \cdot 2\pi \, \frac{r_1 + r_2}{2} &= \varrho \, (\pi \, r_1^2 - \pi \, r_0^2) \,, \\ t_0 &= \frac{\varrho}{m} \, (r_1 - r_0) = \frac{\varrho \, r_1}{m} \Big(1 - \frac{r_0}{r_1} \Big) \,. \end{split}$$

Der relative Gewichtsschwund ist:

$$\delta \, g = \frac{\varrho \, (\pi \, r_1^2 - \pi \, r_0^2)}{\varrho \, \pi \, r_1^2} = 1 - \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2.$$

Damit wird:

$$t_0 = rac{\varrho \, r_1}{m} igl(1 - \sqrt{1 - \delta \, g} igr) \; .$$

Unter Benützung der Gl. (2) folgt:

$$\log t_0 = \log \varrho \, r_1 (1 - \sqrt{1 - \delta \, g}) - a + \frac{b}{m}. \tag{3}$$

Wenn wir $\log t_0$ als Funktion von dem reziproke Wert der absoluten Temperatur auftragen, so müsse wir eine Gerade erhalten. Die Steigung der Gerade gibt uns gleichzeitig den Temperaturkoeffizient de Verdampfungsgeschwindigkeit. Um den prozentuale Gewichtsschwund beim Durchbrennen δg zu bestimmen, müssen wir noch die Konstante a kennen, di wir durch Messung eines Wertes der Verdampfungsgeschwindigkeit bestimmen können.

Wir haben die Lebensdauermessungen an eine Wolframwendel durchgeführt, trotzdem die obige Überlegungen eher für den gestreckten Glühfaden, bedem die Verdampfung ungehindert vor sich gehe kann, Gültigkeit haben.

Die Versuchswendel waren aus speziellem Wolframdraht mit Alkalisilikatzusätzen angefertigt un vorher einem Ausglühprozeß im Schutzgas unter worfen, zwecks Erzielung eines Stapelkristallgefüge (formbeständige Wendel). Die Abmessungen eine solchen Wendel waren folgende: Drahtdurchmesse 0,11 mm, Kerndurchmesser 1,2 mm, Steigung etw 0,22 mm, Gesamtwindungszahl etwa 20. Alle Heiz versuche wurden in den Rezipienten durchgeführt, di dauernd an eine Öldiffusionspumpe ohne Kühlfall angeschlossen waren. Der Druck im Gefäß betrug 10⁻⁵ bis 10⁻⁶ Torr.

Tabelle 1 zeigt uns die Ergebnisse von zwei Ver suchsreihen. Bei der Versuchsreihe a waren die

Wendeln in Glaskolben eingebaut und während der ganzen Versuchszeit wurde die Heizspannung konstant gehalten. Der vierte Meßwert konnte nicht richtig festgestellt werden, da durch Lufteinbruch die Wendel frühzeitig zerstört wurde. Bei der Meßreihe b waren die Wendeln an eine

	Tabell	e 1.
	<i>T</i> [°K]	t ₀ [Std]
a	2825 2725 2625 2525	$\begin{array}{c c} 40 \\ 159 \\ 737 \\ > 1560 \end{array}$
b	2825 2725	44 170

Metallhalterung geklemmt und in einem gekühlter Metallgefäß untergebracht. Die Temperatur wurde dauernd durch ein Schauglas mittels optischem Pyrometer kontrolliert, wobei öfters das Schauglas vor neuem von dem Wolframbeschlag befreit wurde.

In Abb. 1 sind die Meßergebnisse graphisch dargestellt. Es ist zu ersehen, daß die Meßreihe sehr gut durch eine Gerade wiedergegeben wird. Wir erhalten daraus:

$$\log_{10} t_{0 \, [\text{Std}]} = -15 + \frac{46500}{T},\tag{4}$$

also

$$b = 46500$$

$$\log \varrho \, r_0 \left(1 - \sqrt{1 - \delta g} \right) - a = -14.4.$$

Die Messung der Verdampfungsgeschwindigkeit des Wolframs wurde an einer Probe aus demselben Material und unter denselben Vakuumbedingungen durchgeführt. Es wurde ein Draht von 16 cm Länge

¹ Eine gewisse Abhängigkeit von der Kristallkorngröße dürfte nach Fonda [1] und Rosenham und Ewing [2] auch vorhanden sein.

zwischen zwei Klemmvorrichtungen in senkrechter Lage leicht federnd gespannt und die Gewichtsabnahme bei der Verdampfung durch sorgfältige Wägungen vor und nach dem Versuch ermittelt. Die Temperatur wurde optisch gemessen. Die wahre Temperatur war am Anfang des Versuches auf 2835° K eingestellt und wurde während des Versuches an Hand der genauen Messungen des Heizstromes und der Heizspannung konstant gehalten. Dabei wurde folgender Weg nach Langmuir beschritten: für die

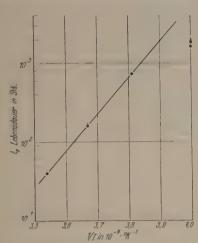


Abb. 1. Lebensdauer einer Wolframwendel als Funktion der Betriebstemperatur.

Strahlungsdichte eines glühenden Drahtes läßt sich folgende Beziehung schreiben:

$$q_s = \sqrt{\frac{1}{4\pi \, o \, l^3}} \cdot \sqrt{I_H U_H^3} \sim \sqrt{I_H U_H^3}.$$

Wenn wir also den Wert $I_H U_H^3$ konstant halten, so bleibt auch die Temperatur konstant.

Wir erhielten für $T = 2835^{\circ} \text{ K}$:

$$m = 8.80 \cdot 10^{-8} \,\mathrm{g/cm^2 \, sec.}$$

Mit diesem Wert ergibt sich nach Gl. (2) für a:

$$a = \log_{10} 8.80 \cdot 10^{-8} + \frac{46500}{2835} = 9.34$$
.

Dieser Wert für a in Gl. (5) eingesetzt, ergibt: (zu beachten, daß dort t_0 in Std gemessen wird)

mit
$$r_0=0.55\cdot 10^{-2}\,\mathrm{cm}, \ arrho=19.3\,\mathrm{g/cm^3}, \ \delta q=0.15.$$

Das heißt, wenn der Gewichtsschwund durch Verdampfung 15% erreicht, entsteht die Instabilität und die Wendel brennt durch.

Mit den oben ermittelten Werten für a und b erhalten wir nun für die Verdampfungsgeschwindigkeit als Funktion der Temperatur nach Gl. (2):

$$\log_{10} m_{[g \cdot cm^{-1} \cdot sec]} = 9.34 - \frac{46500}{T}. \tag{6}$$

Diese Gleichung ist in Abb. 2 graphisch dargestellt. Dort sind auch die Meßwerte von Langmur [4] und Zwikker [5] eingetragen. Trotz der ungewöhnlichen Art der Bestimmung der Temperaturkoeffizienten ist die sehr gute Übereinstimmung mit den sorgfältig gemachten Messungen von Zwikker zu sehen. Wir können daraus folgende zwei Resultate ziehen.

- 1. Die Annahme, daß ein Glühfaden und auch eine Wendel ihre Lebensdauer beendet, wenn der Gewichtsschwund infolge der Materialabdampfung einen bestimmten Prozentsatz erreicht hat, stimmt gut mit den experimentellen Ergebnissen überein. In unserem speziellen Falle ist dieser Prozentsatz 15%.
- 2. Die Verdampfungsgeschwindigkeit des Wolframs in einem Hochvakuumgefäß, das dauernd mit

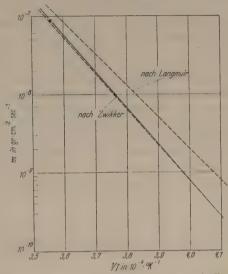


Abb. 2. Verdampfungsgeschwindigkeit von Wolfram als Funktion der Temperatur.

einer Öldiffusionspumpe evakuiert wird, wo also Öldämpfe vorhanden sind und bezüglich des Wasserdampfes, das Vakuum vielleicht nicht einwandfrei ist, stimmt gut mit den Meßwerten bei sauberen Vakuumverhältnissen.

Dieser zweite Punkt wurde deswegen betont, da man die viel kürzere Lebensdauer der Haarnadel-

Wolframkathoden in Elektronenmikroskopen, als man sie nach der Verdampfungsgeschwindigkeit erwartet, vielfach auf den schnelleren Materialabbau durch die schlechten Vakuumverhältnisse, insbesondere durch das Vorhandensein der Wasserdampfreste im Metallgefäß zurückgeführt [6]. Wir haben bei unseren Versuchen keine besseren Betriebsverhältnisse als in einem Elek-



Abb. 3. Durch das fokussierte Ionenbombardement in der Emissionsfläche einer Wolfram-Bolzenkathode hervorgerufener Krater.

tronenmikroskop gehabt; es wurde täglich mehrere Male Luft in das Vakuumgefäß hineingelassen und wieder gepumpt, da der Pumpstand auch für andere Versuche mitbenützt wurde. Unsere Erfahrungen zeigen, daß der schnellere Abbau der Haarnadelkathoden eher auf die Ionenbombardements zurückzuführen ist. In Abb. 3 ist die Emissionsfläche einer massiven Wolframbolzenkathode [7] nach einigen Stunden Betriebsdauer in einer Kathodenstrahlröhre bei 15 kV Beschleunigungsspannung und einigen hundert Mikroampere Emissionsstrom photographisch wiedergegeben. Der durch die fokussierten Ionenbombardements hervorgerufene Krater in der Mitte der Emissionsfläche ist deutlich zu sehen. Schon

nach einigen Betriebsstunden beträgt die Tiefe eines solchen Kraters einige hundertstel Millimeter. Wenn man noch bedenkt, daß in den Elektronenmikroskopen viel höhere Beschleunigungsspannungen bis zu 100 kV angewendet werden, so kann man sich die zerstörende Wirkung solcher fokussierten Ionenbombardements leicht vorstellen.

Zusammenfassung.

Es wurde die Gesetzmäßigkeit der Lebensdauer einer Wolframwendel in Abhängigkeit der Temperatur untersucht und wurde festgestellt, daß die Lebensdauer als beendet anzusehen ist, wenn der Gewichtsschwund infolge Verdampfung einen bestimmten Prozentsatz erreicht hat. Dieser Prozentsatz ist von der Temperatur unabhängig, wodurch sich die Möglichkeit ergibt, aus den Lebensdauermessungen bei verschiedenen Temperaturen den Temperaturkoeffizient der Verdampfungsgeschwindigkeit (in log-Darstellung) zu berechnen. Durch zusätzliche Bestim-

mung eines Punktes konnte dann diese Gerade zwischen 2500 und 2800°K gezeichnet und mit den Messungen von Langmuir und Zwikker verglichen werden. Die Übereinstimmung mit den Werten von Zwikker ist sehr gut, woraus zu schließen ist, daß auch in den an der Pumpe arbeitenden Metallröhren für die Verdampfungsgeschwindigkeit von Wolfram die Werte von Zwikker gültig sind. Anschließend wird das frühzeitige Durchbrennen der Haarnadelkathoden in Elektronenmikroskopen besprochen.

Literatur. [1] Fonda: Phys. Rev. 21, 343 (1923). — [2] Rosenhain u. Ewing: J. Inst. Met. B 159 (1912). — [3] Schwartz, E., H. Strubig, H. W. Phaehr: Z. d. Fernseh A.G. 1, 5 (1938). — [4] Langmuir: Phys. Z. 14, 1273 (1913). — Jones, Langmuir and Mockay: Phys. Rev. 30, 201 (1927). — [5] Zwikker: Diss. Amsterdam 1925, siehe auch Espe-Knoll: Werkstoffkunde der Hochvakuumtechnik. — [6] Borries, v.: Optik 3, 321, 389 (1948). — [7] Baştaymaz, E.: Diss. E.T.H. Zürich 1949.

Dr. Enis Baş-taymaz, Institut für Technische Physik der E.T.H. Zürich,

Berichte.

Über den derzeitigen Stand der Deutung des Sonnenfleckenphänomens*.

Von W. GROTRIAN, Potsdam.

Mit 28 Textabbildungen.

(Eingegangen am 24. April 1950.)

Einleitung.

Die Erscheinung der Sonnenflecken, die seit langem die besondere Aufmerksamkeit der Sonnenforscher, aber darüber hinaus auch weiter Kreise naturwissenschaftlich interessierter Laien, auf sich gezogen hat,



Abb. 1. Symmetrischer Hoffleck mit Penumbrastruktur.

steht auch heute noch im Brennpunkt der wissenschaftlichen Sonnenforschung. Als augenfälligster Ausdruck der allgemeinen Sonnenaktivität, die sich außerdem in zahlreichen anderen Phänomenen wie Fackeln, Protuberanzen, Eruptionen, Korona und neuerdings radiofrequenter Kurzwellenstrahlung und Ultrastrahlung äußert, steht das Fleckenphänomen mit allen diesen Erscheinungen in mehr oder weniger engem Zusammenhange, so daß eine richtige Deutung des Fleckenphänomens sehr wahrscheinlich auch die Grundlage für die Erklärung der anderen Phänomene darstellen würde.

Beobachtungsergebnisse.

Um den derzeitigen Stand der Deutung des Fleckenphänomens darzulegen, müssen wir uns die wichtigsten Gesetzmäßigkeiten desselben kurz in Erinnerung bringen. Abb. 1 zeigt einen symmetrischen runden Hoffleck, der die beiden wesentlichen Teile Umbra und Penumbra deutlich erkennen läßt. Während die dunkle Umbra im allgemeinen keine auffälligen Struktureinzelheiten zeigt, ist die Filamentstruktur das charakteristische Merkmal der Penumbra. Dieselbe besteht aus langgestreckten, meist radial gerichteten fadenartigen Gebilden. Sie hängt sicher mit der auch aus Abb. 1 ersichtlichen Granulationsstruktur der normalen Sonnenoberfläche zusammen. Es ist plausibel anzunehmen, daß die in den hellen Granulen normalerweise senkrecht aufsteigenden Gasmassen in der Umgebung des Fleckes durch irgendwelche Kräfte nahezu in die horizontale Richtung umgelenkt werden. Dabei verlängern sich die Gassäulen aber erheblich. Denn die Dicke der Wasserstoff-Konvektionszone, die zur Entstehung der Granulation führt, beträgt nur etwa 500 km, während die Penumbrafilamente Längen von der Größenordnung 10000 km oft überschreiten.

Der Verlauf der Helligkeit in einem Schnitt radial durch einen Fleck ist in Abb. 2 dargestellt. Wie man sieht, fällt die Helligkeit bei diesem Fleck auf etwa ½/4 der normalen Photosphärenhelligkeit ab. Nach dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz berechnet man daraus eine Temperatur der Umbra von 4000°, wenn die Temperatur der normalen Sonnenoberfläche zu 5740° angesetzt wird. Im Mittel beträgt die Temperaturerniedrigung in einem größeren Fleck etwa 1500°. Der physikalische Mechanismus in einem Fleck ist also der einer sehr wirksamen Kältemaschine.

^{*} Für den Druck bearbeitete Wiedergabe eines am 3. März 1950 im Physikalischen Kolloquium in München gehaltenen Vortrages.

Größe und Lebensdauer der Flecken schwanken zwischen weiten Extremen. Von kleinsten nur mit den besten Beobachtungshilfsmitteln erkennbaren Gebilden reicht die Größenskala bis zu gewaltigen Gebilden von mehr als 20000 km Durchmesser. Die Lebensdauer reicht von wenigen Stunden bis zu mehreren Monaten. Flecken haben die Tendenz, sich zu Gruppen zusammenzuschließen. Die Gruppen sind in ihrer Längsausdehnung fast immer nahezu parallel zu Breitenkreisen orientiert. Die Gruppen zerfallen

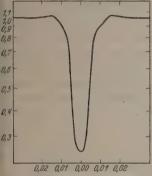


Abb. 2. Verlauf der Helligkeit in einem großen Fleck nach WALDMEIER [1].

meist in zwei Teile, einen im Sinne der Sonnenrotation vorausgehenden Teil, die p-Flecke, und einen nachfolgenden Teil, die f-Flecke.

Allgemein bekannt ist das Gesetz der periodischen Variation der Häufigkeit der Flecke, letztere stets ausgedrückt durch die Wolfschen Sonnenfleckenrelativzahlen (s. Abb. 3). Die Periode beträgt im Mittel 11,1 Jahre, ist aber starken Schwankungen unterworfen.

Ebenso schwankt die Höhe der Maxima in den einzelnen Zyklen. Waldmeier [1] hat den verschiedenen Verlauf der Zyklen als einparametrige Schar mit $R_{\rm max}$, der Relativzahl zur Zeit des Maximums, als Parameter dargestellt. Während eines Zyklus verlagert sich die mittlere heliographische Breite der Flecken von etwa $\pm\,30^\circ$ zu Beginn des Zyklus zu etwa $\pm\,5^\circ$ bei Auslauf des Zyklus. Dies Spoerersche Gesetz ist aus Abb. 10 ersichtlich.

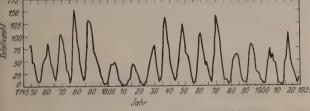


Abb. 3. Wolfsche Sonnenfleckenrelativzahlen.

In den Spektren der Sonnenflecken sind die Linien der neutralen Atome mit hoher Anregungsenergie und die der Ionen geschwächt gegenüber denselben Linien der normalen Sonnenoberfläche. Dem entspricht nach der Ionisationstheorie eine Temperaturerniedrigung von etwa 1000° in befriedigender Übereinstimmung mit den aus der Gesamtstrahlung gezogenen Schlüssen.

Die meisten Spektrallinien zeigen im Fleck eine Aufspaltung. Diese ist von Hale als Zeeman-Effekt erkannt und gedeutet worden. Aus der mit Polarisationsoptik durchgeführten Analyse dieser Zeeman-Aufspaltungen läßt sich die Polarität und die Feldstärke der in den Flecken vorhandenen Magnetfelder ermitteln. Abb. 4 zeigt den Verlauf der Feldstärke in mehreren radialen Schnitten über einen normalen Fleck hinweg. Der Verlauf der Feldstärke läßt sich mit guter Annäherung durch die Formel $H=H_0(1-r^2/b^2)$ darstellen, in der H_0 die maximale Feldstärke in der Mitte des Fleckes, r den variablen Abstand von der Mitte und b den äußeren Radius

der Penumbra bedeutet. Wie Abb. 4 zeigt, verläuft die Helligkeit weitgehend parallel zur Feldstärke.

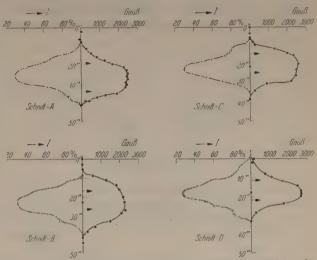


Abb. 4. Verlauf der Feldstärke (rechts) und der Helligkeit (links) in mehreren radialen Schnitten durch einen symmetrischen Fleck. (Nach H. v. KLÜBER [2].)

Die Neigung der Feldrichtung gegen die Normale zur Sonnenoberfläche nimmt mit wachsendem Abstande von der Mitte des Fleckes nach außen zu und

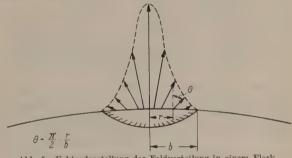


Abb. 5. Vektordarstellung der Feldverteilung in einem Fleck. (Nach W. GROTRIAN [3].)

erreicht an der äußeren Grenze der Penumbra den Wert 90°. Daraus ergibt sich für das Niveau der umkehrenden Schicht der Sonne, in der die für die

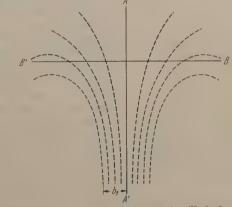


Abb. 6. Gesamtfeld eines Fleckes, schematisch. (Nach Cowling [4].)

ZEEMAN-Analyse benutzten Fraunhoferschen Linien entstehen, das Feldverteilungsbild der Abb. 5. Setzt man dieses sinngemäß nach außen und innen fort, so entsteht nach Cowling [4] das Kraftlinienbild der Abb. 6, das dem einer stromdurchflossenen Spule weitgehend ähnlich ist, wobei noch offen bleibt, wie sich das Feld noch weiter nach innen fortsetzt.

Magnetfeld und Temperatur.

Zweifellos kann ein solches Feld nur durch elektrische Ströme erzeugt und aufrecht erhalten werden. Die Verteilung der Stromdichte j in einem Querschnitt

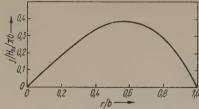


Abb. 7. Verlauf der Stromdichte im Querschnitt durch einen Fleck.
(Nach S. CHAPMANN [5].)

senkrecht zur Feldachse im Niveau des sichtbaren Fleckes zeigt Abb. 7 nach Berechnungen von S. Chapman [5]. Die Stromdichte hat ein Maximum j_{max} im Abstande $r=0.6 \cdot b$. In einem großen Fleck mit einer

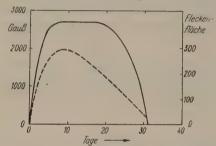


Abb. 8. Zeitlicher Verlauf von Feldstärke (ausgezogene Kurve) und Fläche (gestrichelte Kurve) in langlebigen Flecken. (Nach Cowling [4].)

Maximalfeldstärke $H_0=3000\,\mathrm{GB}$ und einem Durchmesser von 20000 km beträgt $j_\mathrm{max}=4\cdot 10^{-6}\,\mathrm{Amp/cm^2}$. Der der Energiedichte des magnetischen Feldes entsprechende magnetische Druck ist $p_M=H^2/8\pi$, der

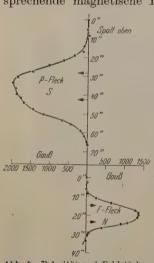


Abb. 9. Polarität und Feldstärkeverlaufin einer zweiteiligen Fleckengruppe. (Nach H. v. Klüber [2].)

also im Querschnitt eines Fleckes von innen nach außen abnimmt. Gleichgewicht bestehen, der Fleck also nicht durch den magnetischen Druck radial auseinandergetrieben werden, so muß Gasdruck p_F + magnetischer Druck p_M unabhängig von r im Fleck konstant sein. Da p_M am äußeren Rande der Penumbra praktisch verschwindet. muß der dort herrschende Gasdruck p_0 der normalen Sonnenmaterie $p_0 = p_F +$ p_M sein. Falls keine erheblichen Vertikalströmungen der Materie im Fleck vorhanden sein sollen —

die Beobachtung liefert dafür keine Anhaltspunkte — muß die Gasdichte in- und außerhalb des Fleckes konstant sein. Dann gilt, wenn T_F und T_0 die Temperaturen im Fleck und in der umgebenden Materie sind (6),

also
$$\frac{T_F}{T_0} = \frac{p_F}{p_0} = \frac{p_0 - p_M}{p_0} = 1 - \frac{p_M}{p_0} \,,$$

$$T_F = T_0 \Big(1 - \frac{H^2}{8\pi \; p_0} \Big) \,.$$

Dies weist darauf hin, daß das Vorhandensein eines magnetischen Feldes zwangsweise mit einer Temperaturerniedrigung verbunden sein muß, sobald p_M und p_0 von derselben Größenordnung sind. Das trifft für die äußeren Teile der Sonnenatmosphäre tatsächlich zu. Damit ist allerdings der Mechanismus, durch den die Temperaturerniedrigung zustande kommt, noch nicht erklärt. Bisher hatte man hierfür die adiabatische Abkühlung aufsteigender Gasmassen herangezogen. Aber merkliche Aufstiegsgeschwindigkeiten lassen sich, wie schon gesagt, in den Flecken nicht nachweisen. Außerdem ist festgestellt worden, daß der Energietransport in den Flecken vorwiegend durch Strahlung und nicht durch Konvektion erfolgt.

Selbst große Flecken entstehen auf der Sonnenoberfläche mit ihren Magnetfeldern im Laufe von einigen Tagen. Das Verschwinden verläuft etwas langsamer (s. Abb. 8). Cowling [4] hat nachgewiesen, daß ein solcher Prozeß nicht an Ort und Stelle erfolgen kann, sondern daß die schon vorhandene mit

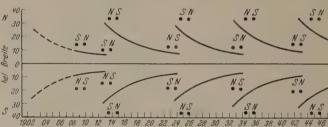


Abb. 10. Die Spoererschen Kurven und das Halesche Polaritätsgesetz.

Magnetfeld behaftete Materie sich von innen nach außen an die Oberfläche schiebt und dort das beobachtbare Fleckenfeld erzeugt. Diese Aufstiegsgeschwindigkeiten sind aber so klein, daß der Zustand der Materie stets als quasistationär betrachtet werden kann. Diese Vorstellung erfährt eine Vertiefung, wenn wir nun die Polaritätsverhältnisse in Fleckengruppen in die Betrachtung einbeziehen.

Das Halesche Polaritätsgesetz und seine Deutung durch Bjerknes.

In einer Fleckengruppe (s. Abb. 9) haben p- und f-Flecke verschiedene Polarität, sie sind bis auf wenige Ausnahmen doppelpolig. Die Polarität von p- und f-Flecken ist auf Nord- und Südhalbkugel der Sonne stets verschieden und wechselt von einer 11jährigen Periode zur nächsten. Dies Halesche Polaritätsgesetz ist in Abb. 10 dargestellt. Die wahre Periode des Fleckenphänomens ist also $2 \times 11 = 22$ Jahre. Zur Deutung der Doppelpoligkeit hatte bereits HALE angenommen, daß sich unterhalb der Sonnenoberfläche Wirbelringe bilden, die aufsteigen und beim Durchstoßen durch die Sonnenoberfläche (s. Abb. 11a) doppelpolige Flecken erzeugen. Dies Bild ist von BJERKNES [7] erweitert und vertieft worden, durch die Annahme von Wirbelschläuchen (s. Abb. 11b), die bei Ausbauchung bis zur Oberfläche (s. Abb. 11e) zur Entstehung doppelpoliger Flecken führen. Zur Erklärung der Zonenwanderung der Flecken und des Wechsels der Polarität der p- und f-Flecken von einer 11 jährigen Periode zur nächsten, hat er (s. Abb. 12a) ausgedehnte Zirkulationsströmungen unterhalb der Sonnenoberfläche mit einer Umlaufszeit von 22 Jahren angenommen mit zwei einander gegenüberliegenden Aktivitätszonen, die bei ihrem Vorbeizug an der Sonnenoberfläche die Flecken erzeugen. Diese Aktivitätszonen sollen ihrerseits wieder Wirbelringe (s. Abb. 12b) sein, die analog der ursprünglichen Haleschen Annahme bei Durchstoßen der Sonnenoberfläche die doppelpoligen Flecken erzeugen. Mit diesem Bilde lassen sich tatsächlich alle Einzelheiten des Haleschen Polaritätsgesetzes erklären.

Man kann sich aber des Eindrucks nur schwer erwehren, daß hier bis zu einem gewissen Grade ad hoc-Annahmen gemacht werden. Es fehlt auch heute noch eine tiefere hydrodynamische Begründung für die Entstehung dieser Zirkulationsströme. Aber in einem Punkt ist ein wesentlicher Fortschritt erzielt worden. BIERMANN [8] hat gezeigt1, daß, bei Annahme der Bjerknesschen geschlossenen Wirbelringe, diese in einer nicht als starrer Körper rotierenden Gaskugel Störungen des Feldes der Rotationsgeschwindigkeiten erzeugen, so daß die isobaren und isothermen Flächen gegeneinander geneigt sind. Die dabei durch Diffusionseffekte der freien Elektronen entstehenden elektrischen Ströme ergeben Magnetfelder parallel zur Wirbelachse, die in den beiden Wirbelringen jeder Halbkugel antiparallel sind. Auf diese Weise wird also erstmalig erklärt, wie Magnetfelder der in den Flecken beobachteten Stärke in einem rotierenden Plasma, wie es die Sonnenmaterie darstellt, entstehen können. Von der Weiterentwicklung dieser Theorie erhofft BIERMANN eine vollständige Deutung des gesamten Fleckenphänomens.

Die Alfvénsche Theorie der Sonnenflecken.

Wenn wir trotzdem auf eine in ihren Grundlagen von H. Alfvén herrührende, völlig andersartige Theorie noch ausführlicher eingehen, so deshalb, weil dieselbe von physikalischen Erscheinungen ausgeht, die selbst dann noch interessant und beachtenswert bleiben, wenn sich ihre Anwendung auf das Problem der Sonnenflecke als Irrweg erweisen sollte.

ALFVÉN [9] betrachtet eine gut leitende Flüssigkeit, die sich in einem von außen aufgeprägten, homogenen Magnetfelde befinden soll. Mechanische Bewegungen in der Flüssigkeit erzeugen dann elektromotorische Kräfte und elektrische Ströme. Die Wechselwirkung zwischen diesen Strömen und dem Magnetfeld ergibt wieder mechanische Kräfte, die den Bewegungszustand in der Flüssigkeit ändern. Dies Wechselspiel der mechanischen und elektromagnetischen Kräfte läßt sich theoretisch formulieren.

Unter Vernachlässigung des Verschiebungsstromes lauten die Maxwellschen Gleichungen

$$rot \, \mathfrak{H} = \frac{4\pi}{c} \, \mathfrak{i} \,, \tag{1}$$

$$\operatorname{rot} \mathfrak{G} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}, \qquad \mathfrak{B} = \mu \cdot \mathfrak{H}. \tag{2}$$

Die Permeabilität μ kann in allen hier praktisch vorkommenden Fällen = 1 gesetzt werden, wir nehmen sie aber vorläufig noch in den Formeln mit. Weiterhin ist

$$\mathbf{i} = \sigma \cdot \left(\mathfrak{E} + \begin{bmatrix} \mathfrak{v} \\ e \end{bmatrix} \right), \tag{3}$$

wobei σ die Leitfähigkeit und $\mathfrak v$ die mechanische Geschwindigkeit der Flüssigkeit bedeutet.

Die hydrodynamische Kraftgleichung lautet unter Vernachlässigung der inneren Reibung:

$$\varrho \cdot \frac{d\mathfrak{v}}{dt} = \frac{1}{c} [\mathfrak{i} \, \mathfrak{B}] - \operatorname{grad} P, \tag{4}$$

in der ϱ die Dichte und P den Druck bedeutet. In ihr tritt also, entscheidend für alles weitere, zu dem

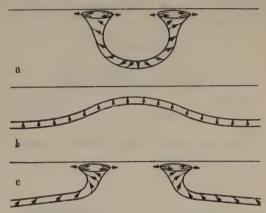


Abb. 11a—c. Entstehung bipolarer Sonnenflecke durch Wirbel, a nach HALE, b und c nach BJERKNES.

Druckgradienten die LORENTZ-Kraft hinzu, die die Hydrodynamik mit dem Elektromagnetismus koppelt.

Nehmen wir die Flüssigkeit als inkompressibel an, so tritt noch die Gleichung hinzu

$$\operatorname{div} \mathfrak{v} = 0. \tag{5}$$

Um die sich ergebenden Erscheinungen unter den einfachsten Bedingungen betrachten zu können, wird

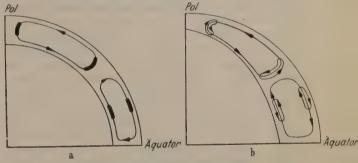


Abb. 12a u. b. Zirkulationsströmungen nach BJERKNES, a mit Aktivitätszonen, b mit Wirbelringen.

angenommen, das Magnetfeld H_0 sei homogen und habe die Richtung der z-Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems. Die Leitfähigkeit σ sei unendlich groß, ϱ sei konstant. Alfvén zeigt nun, daß durch Bewegung der Flüssigkeit in der Richtung der y-Achse eine Störung H_y des Magnetfeldes entsteht, für die die Differentialgleichung gilt:

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2} = \frac{\mu \cdot H_0^2}{4\pi \, \varrho} \cdot \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} \,, \tag{6}$$

d.h. die Störung breitet sich in Richtung der z-Achse, also auch in Richtung der Kraftlinien des homogenen Magnetfeldes H_0 aus mit der Geschwindigkeit

$$V = \frac{H_0 \sqrt{\mu}}{\sqrt{4\pi \varrho}} \,. \tag{7}$$

¹ Zur Zeit der Abhaltung des Vortrages lag die BIERMANNsche Arbeit noch nicht im Druck vor.

Analoges gilt für die Komponente v_y , i_x , E_x und p. Ist die primäre Störung periodisch, so entstehen Wellen, die sog. elektromagnetisch-hydrodynamischen Wellen (im folgenden abgekürzt "el.-hy. Wellen" genannt).

Setzt man

$$H_y = A \cdot \sin \omega \left(t - \frac{z}{v} \right),\tag{8}$$

so wird

$$v_y = -\frac{A\sqrt{\mu}}{\sqrt{4\pi o}} \cdot \sin \omega \left(t - \frac{z}{v}\right),\tag{9}$$

$$\dot{\mathbf{i}}_x = \frac{A c \omega}{H_0} \cos \omega \left(t - \frac{z}{v} \right),\tag{10}$$

$$E_{x} = A \frac{H_{0} \sqrt{\mu^{3}}}{c \sqrt{4\pi \varrho}} \cdot \sin \omega \left(t - \frac{z}{v}\right), \tag{11}$$

$$P = P_0 - \frac{\mu A^2}{8\pi} \cdot \sin^2 \omega \left(t - \frac{z}{v} \right). \tag{12}$$

Den Zusammenhang zwischen diesen Wellen zeigen die Abb. 13 und 14.

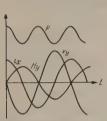


Abb. 13. Elektromagnetisch-hydrodynamische Wellen. Nach H. Alfven [9]. H_{γ} , v_{γ} , i_{χ} und P als Funktion der Zeit.

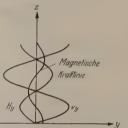


Abb. 14. Elektromagnetisch-hydrodynamische Wellen. Nach H. Alfvén [9]. $H_{\gamma}, v_{\gamma}, i_{x}$ und magnetische Kraftlinie als Funktion von z.

Es ist sicherlich schon eine interessante Feststellung, daß in einer gutleitenden Flüssigkeit solche el.-hy. Wellen entstehen und sich ausbreiten können. Die Materie im Innern eines Sternes ist nun in ihren physikalischen Eigenschaften denen einer gut leitenden Flüssigkeit durchaus ähnlich, außerdem konnte Alf-VÉN zur Zeit der Aufstellung seiner Theorie ohne ernstliche Bedenken annehmen, daß die Sonne ein allgemeines Magnetfeld analog dem der Erde von annähernd Dipolcharakter und einer Polfeldstärke von etwa 50 Gß besitzt, ein Ergebnis, das von Hale und seinen Mitarbeitern'[10] u.[11] aus Untersuchungen des Zeeman-Effektes der Fraunhofferschen Linien an durch Flecken ungestörten Stellen der Sonnenoberfläche 1913 erstmalig abgeleitet worden war. So kam Alfvén [12] zu der Vorstellung, daß sich im Innern der Sonne entstehende Störungen längs der Kraftlinien dieses allgemeinen Magnetfeldes ausbreiten müßten. Er konnte abschätzen, daß die durch die Endlichkeit der Leitfähigkeit bedingte Dämpfung auf dem Wege von innen nach außen zu keiner erheblichen Schwächung der Störwellen führen könne. Er stellte demzufolge die Hypothese auf, daß das Fleckenphänomen seinen Ursprung hat in Störungen, die im Innern der Sonne entstehen, als el.-hy. Wellen längs der Kraftlinien des allgemeinen Magnetfeldes von innen nach außen laufen und bei ihrem Auftreffen auf die Oberfläche das sichtbare Fleckenphänomen erzeugen. Die Fleckenfelder erscheinen hier also als Störungen des allgemeinen Magnetfeldes. Diese Störungen sind das Primäre und der physikalische Grundbestandteil der Flecken, aus denen alle weiteren Eigenschaften abzuleiten sind.

Die Deutung der Zonenwanderung der Flecken.

In seiner ersten, dies Problem betreffenden Arbei ging Alfvén [12] noch von der Annahme aus, dat das allgemeine Magnetfeld der Sonne, das eines punkt förmigen Dipols sei, so wie es in Abb. 15 dargestell ist. Das Dipolmoment wurde zu 4,2·10³³ Gß·cm angesetzt, entsprechend einer Polfeldstärke von 25 Gß

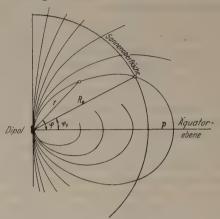


Abb. 15. Das allgemeine Magnetfeld der Sonne als reines Dipolfeld. (Nach Altvén [12].)

Er berechnete die Laufzeit einer im Innern entste henden Störung, wobei die Abhängigkeit der Aus breitungsgeschwindigkeit V gemäß Gl. (7) von der nun örtlich veränderlichen Feldstärke und der eben falls örtlich veränderlichen Dichte zu berücksichtiger ist. Die Laufzeit T einer el.-hy. Welle wird außerdem abhängig von der betreffenden Kraftlinie, längs der die Störung entlang läuft. Jede Kraftlinie kann durch

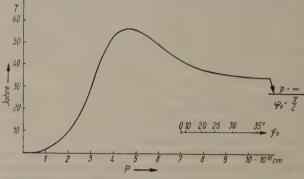


Abb. 16. Abhängigkeit der Laufzeit einer el.-hy. Welle vom Weg längs verschiedener Kraftlinien des Dipolfeldes. (Nach Alfvin [12].)

den Wert des Parameters p (s. Abb. 15) charakterisiert werden, wobei p den Abstand des Schnittpunktes der Kraftlinie mit dem Äquator vom Sonnenmittelpunkt bedeutet. In Abb. 16 ist die Abhängigkeit der Laufzeit T von p dargestellt. T hat ein Maximum für $p = 5 \cdot 10^{10}$ cm, d.h. für Kraftlinien, die noch ganz im Innern der Sonne verlaufen. Für $p = R_{\odot} = 7 \cdot 10^{10}$ cm berühren die Kraftlinien tangential die äußere Sonnenoberfläche, für $p > 7 \cdot 10^{10} \, \mathrm{cm}$ schneiden sie die Sonnenoberfläche in um so größeren Breiten, je größer p ist. Wie Abb. 16 zeigt, nimmt in diesem Bereich T mit wachsendem p ab. Störungen, die auf Kraftlinien mit $p > R_{\odot}$ laufen, erreichen also die Sonnenoberfläche um so früher, je größer p ist. Eine im Zentrum der Sonne entstehende kurzzeitige Störung würde also bei Ausbreitung längs der verschiedenen Kraftlinien um so früher an der Oberfläche eintreffen, je höher die Breite des Durchstoßungspunktes ist. Der geometrische Ort der Flecken würde also von höheren Breiten zum Äquator wandern. Das ist aber gerade das, was in der Spoererschen Kurve zum Ausdruck kommt. Auch quantitativ läßt sich die Zonenwanderung der Flecken durch diese Alfvénsche Vorstellung erklären, worauf wir weiter unten nochmals zurückkommen werden.

Die Walenschen Wirbelringe.

Diese erste Konzeption von Alfvén ist dann von WALÉN [13] erstens mathematisch sicherer fundiert und zweitens in der Vorstellung über die Entstehung der Störungen im Innern der Sonne wesentlich erweitert worden. Während auf die zu erstens durchgeführten umfangreichen Rechnungen hier nicht näher eingegangen werden kann, müssen die zu zweitens gehörigen Ergebnisse besprochen werden. Nachdem ALFVÉN bereits die infolge der ungleichförmigen Rotation des Sonnenkörpers entstehende Turbulenz als Ursache der primären Störung herangezogen hatte, zeigt Walén, daß diese bevorzugt in einer ringförmigen Zone in der Äquatorebene in kleinem Abstande vom Sonnenmittelpunkt ($r = R_0/7$) auftritt und zur Bildung von Wirbelringen führt, deren Ebene senkrecht zur Richtung der Kraftlinien des allgemeinen Magnetfeldes liegt (s. Abb. 17). Die hydrodynamische Geschwindigkeit der Wirbelbewegung in Richtung der Wirbelachse sei 2v (s. Abb. 17, Mitte rechts). WALÉN zeigt nun, daß durch das Wechselspiel der hydrodynamischen und elektromagnetischen Kräfte die Geschwindigkeit 2v im Zentrum des Wirbelringes auf Null reduziert wird, während in zwei darüber und darunter liegenden Zonen (s. Abb. 17, Mitte links) zwei neue Wirbelringe entstehen, in deren Zentrum die Materie mit der Geschwindigkeit v strömt. Um die Wirbelachse fließen elektrische Ströme in verschiedener Richtung, die in Richtung der Wirbelachse gleichstarke, aber entgegengesetzt gerichtete Magnetfelder herzeugen. Durch Induktionswirkung auf die Nachbarbereiche entstehen wieder neue Wirbel, während die alten verschwinden, so daß sich die Wirbel mehr und voneinander entfernen und nach einiger Zeit, die in Abb. 17 oben und unten gezeichneten Lagen erreicht haben. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wirbel parallel und antiparallel zu den Kraftlinien ist gleich V, der Geschwindigkeit der el.-hy. Wellen gemäß Gl. (7). (Dem hier versuchsweise anschaulich entwickelten Bilde entspricht in der mathematischen Formulierung einfach die Tatsache, daß von einer Störungsstelle sich zwei Wellen in entgegengesetzter Richtung ausbreiten.) Die Stärke des Magnetfeldes h in Richtung der Wirbelachsen ergibt sich zu

$$h = \pm H \cdot \frac{v}{V}. \tag{13}$$

Da v die Ausbreitungsgeschwindigkeit V der Wellen normalerweise nicht überschreiten sollte, ist $h_{\max} = H$, d.h. gleich der Feldstärke des allgemeinen Feldes am Ort der Entstehung des Wirbelringes.

Von jeder Störungsstelle in der Turbulenzzone gehen also, wie es in Abb. 18 sehr anschaulich, aber auch sehr schematisch dargestellt ist, zwei Wirbelwellen aus, die auf Nord- und Südhalbkugel längs der Kraftlinien weiterwandern und bei ihrem Auftreffen auf die Sonnenoberfläche doppelpolige Flecken er-

zeugen mit verschiedener Polarität der p- und f-Flecke auf Nord- und Südhalbkugel, so wie es das Halesche Polaritätsgesetz verlangt. Walén [13] und auch wieder Alfvén [14] haben den Durchgang der

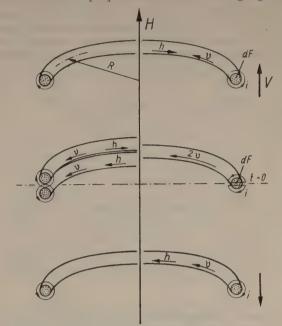


Abb. 17. Die Entstehung von Wirbelringen. (Nach C. WALÉN [13].)

Wirbelringe durch die Sonnenoberfläche genau diskutiert. Es ergaben sich dabei mancherlei Schwierigkeiten, insbesondere in der Frage der Orientierung der Wirbelringe relativ zu den Kraftlinien. Um die

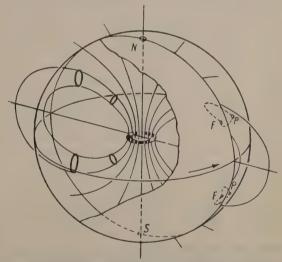


Abb. 18. Die Wanderung von Wirbelringen längs der Kraftlinien des allgemeinen Magnetfeldes. (Nach C. Wallen [13].)

Fleckenerscheinungen durch den Durchgang Walénscher Wirbelringe durch die Sonnenoberfläche plausibel erklären zu können, muß man nämlich annehmen, daß dieselben, so wie es im oberen Teil der Abb. 19 dargestellt ist, mit ihrer Ebene nahezu parallel zu den Kraftlinien des allgemeinen Feldes und senkrecht zur Meridianebene stehen. Dann ergibt sich für den Durchgang durch die Oberfläche nach Alfvén das in Abb. 19 unten dargestellte Bild, das mit den Beobachtungen über die Orientierung bipolarer Flecken auf der Scheibe und über die Abstandsänderung während ihrer Lebensdauer im Einklang ist.

Das allgemeine Magnetfeld im Innern der Sonne.

Sehr wichtig für die Alfvén-Walénsche Theorie ist die Entscheidung der Frage nach der Form des allgemeinen Magnetfeldes im Innern der Sonne. Es ist klar, daß das in Abb.15 angenommene Feld eines punktförmigen Dipols in Nähe des Sonnenmittelpunktes keine brauchbare Näherung mehr darstellt. So ist denn auch schon von Walén [13], wie Abb.18

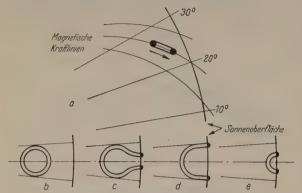
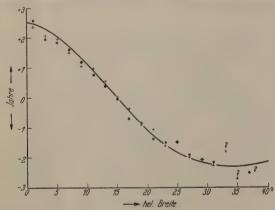


Abb. 19a—e. a Lage eines Wirbelringes bei Annäherung an die Sonnenoberfläche; b, c, d, e Durchgang eines Wirbelringes durch die Sonnenoberfläche. (Nach H. Alfvén [14].)

zeigt, ein Kraftlinienverlauf angenommen worden, bei dem in der Nähe des Zentrums ein nahezu homogenes Feld vorhanden ist. Diese Annahme zusammen mit der Lokalisierung der Entstehungszone der Wirbelringe im gewissen Abstand vom Sonnenmittelpunkt erklärt dann sofort, weswegen Flecken nur in Breiten $<+30^{\circ}$ auftreten. Denn die Kraftlinien, die in



höheren Breiten die Sonnenoberfläche treffen, gehen im Innern von Punkten aus, deren Abstand von der Sonnenmitte kleiner als der Radius der die Wirbel erzeugenden Ringzone ist.

Um mit einem dem tatsächlich vorhandenen annähernd angepaßten, allgemeinen Magnetfeld rechnerisch bequem umgehen zu können, hat Alfvén [15] das Feld aus zwei Teilen, einem homogenen, inneren Teil mit dem Radius R_1 und einem äußeren Dipolfelde für $R>R_1$ zusammengesetzt. Nach diesem Modell und unter Benutzung der von G. Blanch und A. N. Lowan, R. E. Marshak und H. A. Bethe [16] nach dem "point convective model" mit einem Wasserstoffgehalt von 35% berechneten Werte der Dichteverteilung im Innern der Sonne hat er die Laufzeiten der Flecken und die aus der Differenz der

Laufzeiten für verschiedene Kraftlinienwege folgende Zonenwanderung erneut ausgerechnet und mit den Beobachtungen verglichen. Er findet (s. Abb. 20) gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung unter Annahme von $R_1=2,4\cdot 10^{10}~{\rm cm}\cong 1/3\,R_\odot$ und eines Dipolmomentes von $D=1,5\cdot 10^{33}~{\rm GB~cm^3}.$ Diesem Wert des Dipolmomentes würde eine Polfeldstärke $H_p=9~{\rm GB}$ entsprechen, also ein Wert, der merklich kleiner ist als der von Hale beobachtete. Wenn auch dieser Alfvénschen Bestimmungsmethode keine große Genauigkeit zuzubilligen ist, so bleibt dieser Wert doch im Zusammenhange mit den weiter unten folgenden Darlegungen bemerkenswert.

Versuche zur Deutung der 11jährigen Periode.

Die Frage der Deutung der 11jährigen Fleckenperiode im Rahmen ihrer Theorie ist von Alfvén [12] und Walén [13] in verschiedener Weise diskutiert worden. Wenn die Häufigkeitskurve der Sonnenflecken erklärt werden soll, muß man annehmen, daß die Entstehung der Wirbelringe im Innern irgendwie rhythmisch gesteuert wird. Alfvén [12] versuchte zunächst diese Steuerung auf die Wirkung von der Oberfläche reflektierter el.-hy. Wellen zurückzuführen, kam dann aber, da dies nicht befriedigte, zu einer wesentlich veränderten Vorstellung [17], die aber nach Ansicht des Referenten auch keine annehmbare Lösung des Problems darstellt und daher hier übergangen werden soll. Walén [13] ging von der Vorstellung aus, daß die Turbulenz in der Wirbelzone durch die Energieerzeugung im Innern verstärkt und durch die Rotation gemildert wird und daß dies Gegeneinanderwirken zu einer periodischen Variation der Turbulenzstärke führt. Auch diese Vorstellung erscheint wenig befriedigend, so daß man sagen kann, daß die Alfvén-Walénsche Theorie in dem bisher vorgetragenen Zustande nicht in der Lage war, die 11jährige Fleckenperiode und insbesondere den Polwechsel der p- und f-Flecken von einer Hjährigen Periode zur nächsten überzeugend zu erklären.

Theorie der allgemeinen Magnetfelder kosmischer Objekte.

Auch eine andere Entwicklung schien die Alfvén-Walénsche Theorie ernstlich zu erschüttern, nämlich die Ergebnisse neuerer Messungen des allgemeinen Magnetfeldes der Sonne. Wir wollen den ganzen, heute akut gewordenen Fragenkomplex der allgemeinen Magnetfelder kosmischer Objekte etwas ausführlicher darlegen, weil ihm auch von ganz anderer Seite her ein besonderes Interesse zukommt. Die Frage nach dem Ursprung des erdmagnetischen Feldes ist bekanntlich schon seit langer Zeit eingehend diskutiert worden, ohne daß sich eine befriedigende Lösung ergeben hätte. Neben spezifischen Theorien, die das erdmagnetische Feld aus den spezifischen Eigenschaften des Erdinnern abzuleiten suchten und von denen insbesondere die Theorie von Elsasser [18] vielfach Beachtung gefunden hat, wurden bereits Anfang dieses Jahrhunderts von Sutherland und SCHUSTER allgemeine Theorien aufgestellt, die die Ursache des erdmagnetischen Feldes in Auswirkungen der Rotation suchten. Auch HALE [10] hatte sich bei der Suche nach dem allgemeinen Magnetfelde der Sonne von solchen Ideen leiten lassen. Akzeptieren wir das erste Ergebnis von Hale [10], demzufolge

die Sonne ein allgemeines Magnetfeld von Dipoleharakter mit gleicher Polarität wie die Erde und einer Polfeldstärke H_p von 50 Gß besitzt, so ergibt sich ein eigenartiger Zusammenhang zwischen dem Feld der Erde und dem der Sonne. Berechnen wir nach den Formeln

$$U = \frac{2}{5} \omega M R^2$$
 (14) und $D = \frac{1}{2} H_v \cdot R^3$ (15)

den Drehimpuls U (unter Annahme konstanter Winkelgeschwindigkeit ω und gleichförmiger Dichtever-

teilung im Innern) und das Dipolmoment D (unter Annahme eines reinen Dipolfeldes), so ergeben sich die in Tabelle 1 letzte Spalte angegebenen Werte für D/U, die nahezu gleich sind. Sieht man hierin den Ausdruck eines allgemeinen Ge-

setzes, so müßte D/\overline{U} durch universelle Konstanten darstellbar sein. Es ist nun

$$G^{\frac{1}{2}}/(2c) = 4.31 \cdot 10^{-15} \,\mathrm{g}^{-\frac{1}{2}} \,\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}},$$

wobei

$$G = 6.67 \cdot 10^{-8} \, \mathrm{g}^{-1} \, \mathrm{cm}^3 \, \mathrm{sec}^{-2}$$

die Gravitationskonstante und c die Lichtgeschwindigkeit bedeutet. Dieser Wert stimmt also nahezu mit dem empirisch gefundenen Wert von D/U überein und legt den Ansatz nahe

$$\frac{D}{U} = \beta \cdot \frac{G^{\frac{1}{2}}}{2c} \,, \tag{16}$$

in dem β eine dimensionslose Konstante von der Größenordnung 1 bedeutet.

Dieser Ansatz gewann ein erhöhtes Interesse, als H. A. Wilson 1923 [19] folgendes zeigen konnte: Schreiben wir das Newtonsche Gravitationsgesetz, wie üblich, in der Form

$$F = G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{r^2} \tag{17}$$

und das Coulombsche Gesetz in der Form

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \,, \tag{18}$$

so sieht man, daß $G^{\frac{1}{2}} \cdot M$ die Dimension einer elektrischen Ladung hat. Das Biot-Savartsche Gesetz für das von einer mit der Geschwindigkeit v bewegten elektrischen Ladung dQ im Aufpunkt mit dem Abstande v erzeugte magnetische Feld dv lautet bekanntlich

$$d\mathfrak{H} = \frac{dQ}{c \cdot r^3} \cdot [\mathfrak{v}\,\mathfrak{r}]. \tag{19}$$

H. A. Wilson [19] stellte nun die Hypothese auf, daß auch die Bewegung einer Masse dM ein Magnetfeld erzeugen solle, so als ob die Masse dM äquivalent sei einer negativen elektrischen Ladung $dQ = -G^{\frac{1}{2}} \cdot dM$. Das dem Biot-Savartschen analoge Gesetz solle also lauten:

$$d\mathfrak{H} = -\frac{G^{\frac{1}{2}} \cdot dM}{c \cdot r^3} \cdot [\mathfrak{v}\,\mathfrak{r}]. \tag{20}$$

Es läßt sich nun leicht ausrechnen, daß eine mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotierende Kugel von gleichförmiger Dichte dann ein Magnetfeld erzeugt mit dem Dipolmoment

$$D = \frac{1}{5} \frac{G^{\frac{1}{2}}}{c} \cdot \omega M R^{2}$$
 (21)

Es ist also $D/U=G^{\frac{1}{2}}/2c$, wie es empirisch vermutet wurde. H. A. Wilson [19] hat gleich anschließend durch eigene Laboratoriumsexperimente gezeigt, daß die Gl. (20) keine Gültigkeit besitzen kann, wenn v die gradlinige Geschwindigkeit relativ zueinander bewegter Körper bedeutet, sondern anscheinend nur dann, wenn $v=\omega\cdot r$, d.h. der Momentanwert einer Drehbewegung ist. Daß dies Gesetz zunächst unvereinbar ist mit den anerkannten Gesetzen der Elektrodynamik, braucht kaum betont zu werden.

Tabelle 1.

	M (g)	R (cm)	w (sec-1)	$U(\mathrm{gem^2sec^{-1}})$	$H_p(\Gamma)$	$D(\Gamma \mathrm{cm^3})$	$D/U(\mathrm{g}^{-\frac{1}{2}}\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}})$
Erde Sonne	$\begin{vmatrix} 6.0 \cdot 10^{27} \\ 2.0 \cdot 10^{33} \end{vmatrix}$	$6,37 \cdot 10^{8} \\ 6,97 \cdot 10^{10}$	$7,3 \cdot 10^{-5}$ $2,9 \cdot 10^{-6}$	$\begin{array}{c} 7.1 \cdot 10^{40} \\ 1.12 \cdot 10^{49} \end{array}$	0,61 53	$7,9 \cdot 10^{25} \\ 8,9 \cdot 10^{33}$	

Aus diesem und anderen Gründen geriet die Hypothese der universellen Verknüpfung von Rotation und Magnetismus zunächst wieder in Vergessenheit und hat erst vor kurzem eine Wiederbelebung erfahren im Zusammenhange mit der Entdeckung allgemeiner Magnetfelder von Sternen durch H. W. Babcock.

Die Magnetfelder von 78 Virginis und γ Equulei nach den Beobachtungen von H. W. BABCOCK.

Der erste Stern, bei dem H. W. BABCOCK [20] dieser Nachweis gelang, ist 78 Virginis ($\alpha = 13^h 31^m 35^s$) $\delta = +3^{\circ}55'$; scheinbare Helligkeit m = 4.93). Er gehört einer Untergruppe der weißen A-Sterne (Beispiel Sirius) an, nämlich A2p. Das p = ,,peculiar" weist darauf hin, daß im Spektrum dieses Sternes nicht nur, wie gewöhnlich bei A-Sternen, die Linien der Balmer-Serie, sondern auch Linien der Metalle auftreten, die für den mit abnehmender Temperatur folgenden Typ der F-Sterne charakteristisch sind. Die Mehrzahl der A2p-Sterne zeigt sehr stark verbreiterte Spektrallinien, was auf den Dopplereffekt infolge schneller Rotation der Sterne zurückgeführt wird. Die Analyse der Dopplerverbreiterung ergibt Rotationsgeschwindigkeiten an der Oberfläche bis zu v = 250 km/sec (für die Sonne ist v=2 km/sec). Einige der Sterne des Typs A2p, darunter auch 78 Vir, zeigen ganz scharfe Linien. Es ist unplausibel anzunehmen, daß diese Sterne nicht rotieren, sondern die plausible Deutung ist die, daß bei diesen Sternen die Rotationsachse gerade nahezu auf den irdischen Beobachter zu gerichtet ist, denn dann entstehen durch die Rotation keine Geschwindigkeitskomponenten in Richtung auf den Beobachter und damit keine Dopplereffekte. Solche Sterne sind nun, wie H. W. BABCOCK erkannt hat, für die Untersuchung der Frage, ob sie ein allgemeines Magnetfeld besitzen, besonders geeignet. In Abb. 21 ist das zu erwartende Dipolfeld eines solchen Sternes durch Vektorpfeile dargestellt. Unter Berücksichtigung des Umstandes, daß bei einem Stern stets nur das über die ganze Scheibe integrierte Licht beobachtet werden kann, erkennt man, daß bei Beobachtung in Richtung der Rotationsachse die Wirkung des von den polaren Breitenzonen herrührenden, auf den Beobachter zu gerichteten Magnetfeldes die Wirkung des entgegengesetzt gerichteten Feldes in den äquatorialen Zonen überwiegen muß, und das um so mehr, wenn die auch bei einem A-Stern sehr wahrscheinlich vorhandene Randverdunklung mitberücksichtigt wird. Babcock hat diese Verhältnisse unter plausiblen Annahmen quantitativ durchgerechnet mit dem Ergebnis, daß bei Verwendung der üblichen Polarisationsoptik ($\frac{1}{4}\lambda$ -Platte und Analysator) zur Untersuchung des Zeeman-Effektes eine Verschiebung δ des Schwerpunktes einer Linie mit normalem Zeeman-Effekt auftreten sollte vom Betrag in Wellenzahlen

$$\delta = \pm \; 0.311 \cdot a \cdot H_p \; \mathrm{cm}^{-1} \; \; \mathrm{mit} \; \; a = 4.67 \cdot 10^{-5} \, \mathrm{cm}^{-1} / \mathrm{GB} \, ,$$

also 31% der Aufspaltung, die das allein vom Pol des Sternes herkommende Licht geben würde. Mit

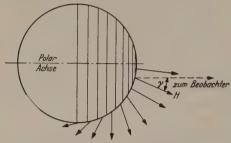


Abb. 21. Dipolfeld an der Oberfläche eines Sternes. (Nach H. W. BABCOCK [20].)

dem 2,50 m-Spiegel der Mt. Wilson-Sternwarte und dem im Coudé-Fokus aufgestellten großen Gitterspektrographen mit einer Dispersion von 2,9 AE je mm in der zweiten Ordnung ist es Babcock 1946 tatsächlich gelungen, eine auf ZEEMAN-Effekt beruhende Verschiebung zahlreicher Linien im Spektrum von 78 Vir

Tabelle 2.

	M(g)	R(cm)	ω (sec-1)	$U(\mathrm{gcm^2sec^{-1}})$	$H_p(\Gamma)$	D(I cm³)	$D/U(\mathrm{g}^{-\frac{1}{2}}\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}})$
78 Vir γ Equ	$\begin{vmatrix} 4,6 \cdot 10^{33} \\ 3,0 \cdot 10^{33} \end{vmatrix}$	$1.4 \cdot 10^{11}$ $9.7 \cdot 10^{10}$	$7,3 \cdot 10^{-5} \\ 7,8 \cdot 10^{-5}$	$2.6 \cdot 10^{51} \ 8.7 \cdot 10^{50}$			$0.81 \cdot 10^{-15} \\ 1.0 \cdot 10^{-15}$

nachzuweisen. Der Beweis, daß es sich tatsächlich um einen Zeeman-Effekt handelt, folgt sehr sicher aus der Abhängigkeit der bei verschiedenen Linien gemessenen Verschiebung von dem Landéschen Aufspaltungsfaktor derselben. Die Auswertung ergab unter Annahme eines Dipolfeldes für die Feldstärke am Pol

$$H_p = 1500 \; \text{GB}$$
.

Der auf den Beobachter zugerichtete Pol ist ein Südpol. Berechnet man nun mit den plausibelsten Daten für Masse, Radius und Winkelgeschwindigkeit, die in der ersten Zeile von Tabelle 2 angegeben sind, D, Uund D/U, so erhält man den in der letzten Spalte angegebenen Wert, der wieder überraschend gut mit dem für Erde und Sonne gefundenen übereinstimmt. Dabei ist aber zu bedenken, daß die für M, R und ω eingesetzten Werte nicht auf Einzelbestimmungen bei diesem Stern 78 Vir beruhen, sondern statistische Mittelwerte für Sterne des Typs A sind. Insbesondere ist für ω der Wert eingesetzt, der der am häufigsten vorkommendenUmfanggeschwindigkeit von 100 km/sec entspricht. Weiterhin ist zu beachten, daß die Unterschiede der Werte von D und U für Sonne und 78 Vir wesentlich geringer sind als die von Sonne und Erde. Trotzdem bleibt das Ergebnis überraschend.

Inzwischen ist es Babcock [21] 1948 gelungen, auch bei dem Stern γ Equulei mit dem Spektraltyp

F0p ($\alpha=21^{\rm h}7^{\rm m}25^{\rm s}$; $\delta=+9^{\circ}56'$; m=4,76) das Vorhandensein eines Magnetfeldes nachzuweisen. Es ergab sich

$$H_p = 1900 \pm 250 \; \mathrm{GB}$$
 .

Der auf den Beobachter zugerichtete Pol ist ein Nordpol. Die Berechnung von D, U und D/U ist in Zeile 2 der Tabelle 2 angegeben. Die Übereinstimmung mit den bisherigen Werten ist recht gut. Außerdem hat nun γ Equulei einen schwachen Begleiter elfter Größe, dessen Bahnbewegung beobachtet worden ist. Der Umlauf erfolgt von der Erde aus gesehen im Sinne des Uhrzeigers. Nimmt man an, was aller Wahrscheinlichkeit nach zutreffen dürfte, daß die Rotation von γ Equulei im gleichen Sinne erfolgt wie der Umlauf des Begleiters, so ergibt sich, daß die beobachtete Polarität des Sternes durch Rotation negativer Ladungen erzeugt werden würde, wie es nach der Universalhypothese zu erwarten ist.

Der Vorstoß von P. M. S. BLACKETT.

Die Entdeckung des allgemeinen Magnetfeldes bei 78 Vir gab nun P. M. S. Blackett [22] den Anlaß zu einem neuen Vorstoß im Sinne der Universalhypothese. Das ganze Problem wurde von ihm in seiner Entwicklung ausführlich dargelegt und in seinen Konsequenzen diskutiert. Insbesondere hat er bei der Berechnung von U die Dichteverteilung im Innern der Sterne und die Variation der Winkelgeschwindigkeit von außen nach innen zu berücksichtigen versucht. Während das erstere sich mit einiger Sicher-

heit durchführen läßt, scheitert das zweite an der bisherigen Unkenntnis der Variation von ω . Dies bringt in die Berechnung für Sonne und Sterne einen Unsicherheitsfaktor hinein, der zwischen 0,7 und 2,5 schwanken dürfte. Setzt man ihn

gleich 1, so ergibt die Berücksichtigung der Dichteverteilung nach Blackett folgende Werte:

Tabelle 3.

	D	U	D/U	β
Erde Sonne . 78 Vir .	$7.9 \cdot 10^{25}$ $8.9 \cdot 10^{33}$ $2.1 \cdot 10^{86}$	$\begin{array}{c c} 6,2 \cdot 10^{40} \\ 1,8 \cdot 10^{48} \\ 4,2 \cdot 10^{50} \end{array}$	$\begin{array}{c} 1,3 \cdot 10^{-15} \\ 4,9 \cdot 10^{-15} \\ 5,0 \cdot 10^{-15} \end{array}$	0,3 1,1 1,2

Wie man sieht, ist β bei den Sternen etwa 4mal so groß als bei der Erde, deren Wert als wesentlich sicherer zu betrachten ist, aber die Unsicherheit in der Variation von ω gestattet es nicht, daraus irgendwelche Schlüsse zu ziehen.

Die allgemeinen Magnetfelder der Erde und Sonne nach Berechnungen von S. Chapman.

Nachdem durch den Vorstoß von Blackett und die Beobachtungen von Babcock das Problem der allgemeinen Magnetfelder von Himmelskörpern erneut in den Vordergrund des Interesses gerückt war, hat S. Chapman sich der Mühe unterzogen, die für Erde [23] und Sonne [24] nach der Rotationshypothese zu erwartenden Magnetfelder so genau wie möglich auszurechnen. Das Ergebnis für die Erde ist in Abb. 22 als Kraftlinienbild dargestellt und zwar in der oberen

II. Band eft 9 — 1950

lälfte für die Annahme räumlich konstanter Dichte $=\varrho_m$ = const und in der unteren Hälfte für die nnahme, daß ϱ von außen von dem Wert $\varrho_a = 0.5 \varrho_m$ uf den dreifachen Wert im Zentrum $\varrho_0 = 1.5 \varrho_m$ unimmt. Abb. 22 zeigt, daß die beiden Annahmen ich im Ergebnis nicht wesentlich voneinander untercheiden, dagegen von den bisherigen Vorstellungen ber den Verlauf des inneren erdmagnetischen Feldes rheblich abweichen. Dasselbe ist im Innern weitehend homogen, und hat in der Äquatorebene ziemch nahe der Oberfläche einen "Fokus". Das hat zur olge, daß die Horizontalintensität längs eines Radiusektors entgegen den bisherigen Vorstellungen von ußen nach innen abnimmt, durch Null geht und ann umgekehrte wachsende Werte annimmt. Erdnagnetiker haben in England [25] und Südafrika [26] n Bergwerken diesen Gradienten, der nach der Theorie $6\gamma/\text{km}$ $(1\gamma = 10^{-5} \text{ GB})$ beträgt, nachzuweisen verucht, zunächst anscheinend mit Erfolg. Genauere Prüfung ergab dann aber, daß sich die Bergwerke n erdmagnetisch gestörten Gebieten befinden, so daß len Messungen keine Bedeutung im Sinne einer Betätigung der Rotationshypothese zugesprochen werlen kann. Weitere Untersuchungen sind im Gange. Nach Zeitungsberichten soll eine dänische Tiefseexpedition die Absicht haben, die Theorie durch erdnagnetische Messungen in großen Meerestiefen zu rüfen.

Für die Sonne erhielt Chapman [24] das in Abb. 23 largestellte Kraftlinienbild, wobei die beiden Hälften vieder etwas verschiedenen Annahmen über die Dichteverteilung entsprechen. Das Feld ist in seinen außeren Teilen weitgehend dipolähnlich und in seinen nneren Teilen nahezu homogen. Es erinnert also tark an die von Alfvén vorgenommene schematische Aufteilung. Die Feldstärke im Zentrum erreicht bei Modell A den Wert 3250 Gß, bei Modell A' 3900 Gß. Diese Werte stimmen, worauf auch Chapman hinveist, nahezu mit den Maximalfeldstärken der Sonnenlecken überein. Im Rahmen der Alfvén-Walénchen Theorie ist es also gerade das, was man gemäß Gl. (13) erwarten sollte. Chapman [24] hat bei seinen Rechnungen die Abhängigkeit des ω von r zu berücksichtigen versucht und dazu den allgemeinen Ansatz

$$\omega = \omega_c + \omega' \frac{p}{a} \tag{22}$$

verwendet, in der ω_c die Winkelgeschwindigkeit im Kern der Sonne, p den Abstand eines Punktes von der Rotationsachse und a den Radius der Sonne dartellt. Je nach dem Wert und Vorzeichen von ω' ummt ω mehr oder weniger stark von außen nach nnen zu oder ab. Dementsprechend variieren bei Annahme einer Polfeldstärke von 50 GB die Werte on β zwischen 0,44 und 2,7. Im Anschluß an eine Arbeit von M. Schwarzschild [27] hält Chapman den Wert $\omega' = \omega_c$ für den plausibelsten. Dem entspricht Also eine Abnahme der Winkelgeschwindigkeit von ußen nach innen auf den halben Wert. Für diesen Tall ergibt sich $\beta = 2.0$, d.h. ein Wert, der wieder och etwa doppelt so groß ist wie der von Blackett bgeleitete. Die Diskrepanz zwischen Sonne und Erde wird durch die genaue Rechnung also nur noch rößer.

Neuere Beobachtungsergebnisse über das allgemeine Magnetfeld der Sonne.

Dabei ist aber der Halesche Wert der Polfeldstärke zugrunde gelegt. Dazu fühlte sich Chapman trotz der Zweifel, die inzwischen an der Allgemeingültigkeit desselben aufgetaucht waren, berechtigt,

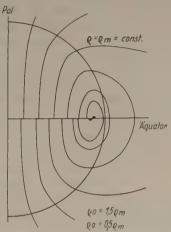


Abb. 22. Magnetfeld der Erde auf Grund der Rotationshypothese.
(Nach S. Chapman [23].)

weil kurz vorher eine Bestätigung dieses Wertes durch G. Thiessen [28] nach Messungen aus dem Jahre 1945 bekannt geworden war, die den Wert $H_p = 53~\mathrm{GB}$ ergaben. Thiessen [29] hat eine sehr sinnreiche und empfindliche interferometrische Meßanordnung am großen Refraktor in Hamburg-Bergedorf aufgebaut.

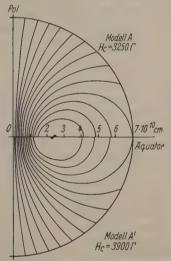


Abb. 23. Magnetfeld der Sonne nach der Rotationshypothese, (Nach S. CHAPMAN.)

Als er nach weiteren Verbesserungen und unter sorgfältiger Ausschaltung persönlicher Faktoren die Messungen 1947 und 1948 fortsetzte, konnte er kein Feld mit einer Polfeldstärke > 5 Gß und der normalen, der Erde gleichen Polarität nachweisen. Eher war ein schwaches Feld umgekehrter Richtung angedeutet. Inzwischen waren auch von anderer Seite Meßergebnisse bekannt geworden, die Zweifel an der Richtigkeit oder zum mindesten zeitlichen Allgemeingültigkeit des Haleschen Feldstärkewertes aufkommen ließen. H. D. Babcock [30] hatte in einer kurzen vorläufigen Mitteilung bekannt gegeben, daß das von ihm mit

LUMMER-GEHRCKE-Platte am Turmteleskop der Mt. Wilson-Sternwarte gewonnene Beobachtungsmaterial 42 Sätze von Spektrogrammen aus den Jahren 1940, 1941, 1943, 1946 und 1947 umfasse. Von diesen ergaben 18 Sätze Feldstärken normaler Polarität, die von 6 bis 60 Gß schwankten. Die übrigen 24 Sätze zeigen entweder kein meßbares Feld oder schwache entgegengesetzte Felder. Leider läßt sich aus dieser kurzen Mitteilung noch kein Schluß ziehen über die zeitliche Folge dieser Werte. BABCOCK schließt aber seine Notiz mit der Bemerkung, seine Ergebnisse bestätigten die Vermutung HALES, daß das allgemeine Magnetfeld der Sonne zeitlich veränderlich sei. In diesem Zusammenhange sei auch auf das Ergebnis einer interferometrischen Messung mit PEROT-FABRY-Etalon von H. von Klüber und H. Müller [31] hingewiesen, die im Jahre 1944 also zur Zeit des letzten Fleckenminimums kein Feld der normalen Polarität mit $H_v = > 5$ GB nachweisen konnten. Schließlich verdient das neueste Ergebnis von G. THIESSEN [32] besondere Beachtung, der nach weiterer Erhöhung der Meßgenauigkeit und Ersatz der visuellen Beobachtung durch photoelektrische Messung für 1949 den Wert $H_p = -1.5 \pm 0.5\,$ GB erhielt, also ein schwach umgekehrtes Feld, ein Ergebnis, das durch die soeben bekannt gewordenen Messungen von Nicholson und HICKOX [33], die nach visuellen Beobachtungen $H_p = -2.3 \pm 3.3$ GB erhielten, im wesentlichen bestätigt wird. So zeigt sich also mit immer größerer Deutlichkeit, daß das allgemeine Magnetfeld der Sonne zeitlich variabel ist und sogar seine Richtung ändert. Dies Ergebnis schien zunächst sowohl der universellen Rotationshypothese, wie auch der Fleckentheorie von Alfvén-Walén den Boden zu entziehen, denn beide waren auf der Annahme der Existenz eines allgemeinen, zeitlich konstanten Magnetfeldes der Sonne aufgebaut.

Der Stern HD 125248.

Die weitere Entwicklung dieses Fragenkomplexes führte über die überaus überraschenden Ergebnisse, die H. W. Babcock [34] inzwischen bei dem Stern HD 125248 (HD = HENRY DRAPER-Katalog) erzielt hatte. Dieser Stern ist ein typischer Vertreter der Klasse der sog. Spektrumvariablen [35], von der etwa zehn Exemplare bekannt sind. HD 125248 ($\alpha = 14^{h}$ $13^{\mathrm{m}}6^{\mathrm{s}}$; $\delta = -18^{\circ}15'$; m = 5.7) hat den Spektraltyp A0p und zeigt auch außer den Balmer-Linien zahlreiche Metallinien, darunter besonders charakteristische Linien des Europium II- und des Chrom II-Spektrums. Die Intensität dieser Linien — und das ist das Charakteristikum der Spektrumvariablen ist zeitlich periodisch veränderlich und zwar so, daß die Intensität der Eu II-Linien dann am stärksten ist, wenn die der Cr II-Linien am schwächsten ist und umgekehrt. Die Periode dieses Wechsels beträgt bei HD 125248 nach Deutsch [35] 9,295 Tage. Da auch bei diesem Stern die Spektrallinien scharf sind und bleiben, wurde er von H. W. BABCOCK auf Magnetfeld untersucht. Die ersten Spektren, aufgenommen zu einer Zeit, als die Eu II-Linien stark waren, ergaben in der Auswertung ein Feld mit Polfeldstärke von 5500 Gß. Weitere Spektren zeigten, daß das Magnetfeld zeitlich veränderlich sei. Zur Zeit des Maximums der Eu II-Linien erreichte dasselbe eine Stärke von 7000 bis 8000 Gß. Zwei Platten. aufgenommen zur Zeit des Minimums der Intensität

der Eu II-Linien und des Maximums der Cr II-Lini ergaben ein Feld von 6000 Gß, aber mit entgege gesetzter Polarität. Eine Platte zur Zeit der Zwische phase ergab starke Streuung der aus den ZEEMA Effekten verschiedener Linien abgeleiteten Feldstärk werte mit dem Mittelwert Null. Es erscheint ausg schlossen, diesen Effekt durch eine Änderung d räumlichen Orientierung der Rotations- und Polach zu erklären, weil dann in der Zwischenphase Spektrallinien Dopplerverbreiterungen durch Rotati zeigen müßten, was nicht der Fall ist. Es bleibt dah kaum etwas anderes übrig, als anzunehmen, daß si das allgemeine Feld dieses Sternes periodisch umpo Inzwischen hat H. W. BABCOCK [36] auch bei einig weiteren Sternen, die zur Klasse der Spektrung variablen gehören, und zwar HD 10783, HD 1538 und HD 112413 = a² Canum Venaticorum Polwechs beobachten können, so daß das Phänomen als solch wohl gesichert ist. Leider fehlt aber bisher noch ei ausführliche Veröffentlichung über Einzelheiten d Beobachtungen. H. D. BABCOCK [37] hat aber dara hingewiesen und einleuchtend gezeigt, daß die Inte sitätsänderungen der Spektrallinien als Folge der Ve änderung der Feldstärke verstanden werden kan so daß unter Umständen die Möglichkeit besteht, a den Intensitätsänderungen der Linien die zugehörig Feldstärken abzuleiten, was sogar dann möglich se würde, wenn die Polachse des Sternes nicht auf de Beobachter zugerichtet ist.

Die Pulsationstheorie von M. Schwarzschild.

Das Phänomen HD 125248 schien zunächst wiede mit der Hypothese des universellen Zusammenhang zwischen Rotation und Magnetismus unvereinbar z sein. Diese Situation hat sich aber nach Ansicht de Referenten wesentlich geändert durch eine theoretisch Deutung des Phänomens, die M. Schwarzschild [38 gegeben hat. Dieser hat im Anschluß an Alfvé gezeigt, daß sich in einem Sternplasma, das sich i einem allgemeinen Magnetfeld befindet, nicht nur vo Störstellen ausgehende el.-hy. Wellen ausbreiten kör nen, die Alfvén und Walén bevorzugt im Zusammer hange mit der Deutung des Fleckenphänomens be trachtet haben, sondern daß auch ein Stern als ganze el.-hy. Schwingungen ausführen kann. Unter zwa sehr stark idealisierten Annahmen hat er zwei de möglichen Schwingungen berechnet, die Repräser tanten eines geraden und eines ungeraden Typs sind Er geht dabei von denselben Gl. (1) bis (5) aus, d auch Alfvén benutzt hat. Als Grenzbedingung fü die Lösungen wird gefordert, daß der Druck P a der Oberfläche des Sternes zu allen Zeiten gleich Nu sein soll, und daß & und & mit wachsendem Abstand vom Stern dem Wert Null zustreben sollen. Sodan werden folgende vereinfachende Annahmen gemacht

- a) $\sigma = \infty$.
- b) $\varrho = \text{const}$ im ganzen Stern.
- c) Der Stern führt periodische Schwingungen ur einen Gleichgewichtszustand aus. Die Amplitude sollen genügend klein sein, so daß nur Glieder erste Ordnung in den Entwicklungen berücksichtigt z werden brauchen.
- d) Das dem Gleichgewichtszustande entsprechend permanente Magnetfeld soll homogen und konstan $\mathfrak{H}=\mathfrak{H}_0$ sein. Dann existieren im Gleichgewichts

II. Band eft 9 — 1950

ustande auch keine elektrischen Felder und elekrischen Ströme, also $\mathfrak{F}_0 = \mathfrak{i}_0 = 0$.

- e) Im Gleichgewichtszustande soll keine Massenewegung vorhanden sein, also $\mathfrak{v}_0=0$. Insbesondere oll der Stern nicht rotieren.
- f) Die Änderung der Gravitation sei vernachässigbar. Dadurch geht das Glied $-\varrho \cdot \operatorname{grad} \Phi$, das Gl. (4) auf der rechten Seite bei Berücksichtigung eränderlicher Gravitationskraft hinzugefügt werden nüßte, in $-\varrho \cdot \operatorname{grad} \Phi_0 = -\operatorname{grad} P_0$ über.

Das zeitlich variable Magnetfeld $\mathfrak h$ und der zeitlich variable Druck p ergeben das Gesamtfeld $\mathfrak h$ und den Gesamtdruck P gemäß

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_0 + \mathfrak{h}, \qquad P = P_0 + p. \tag{23}$$

Unter Berücksichtigung der vereinfachenden Annahnen nehmen die Gl. (1) bis (5) dann die Form an

$$\mathfrak{F} = -\left[\frac{\mathfrak{v}}{c}\,\mathfrak{F}_0\right], \quad \operatorname{rot}\,\mathfrak{F} = -\frac{1}{c}\,\frac{\partial\,\mathfrak{h}}{\partial\,t}, \quad \operatorname{rot}\,\mathfrak{h} = \frac{4\pi}{c}\mathfrak{i}\,, \quad (24)$$

$$\varrho \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{1}{c} \left[i \, \mathfrak{H}_0 \right] - \operatorname{grad} p, \quad \operatorname{div} v = 0, \quad (25)$$

wobei μ von vornherein gleich 1 gesetzt wird.

Es werden nun Zylinderkoordinaten eingeführt. Die Richtung von \mathfrak{H}_0 bestimmt die z-Achse und die dazu senkrechte Äquatorebene. Für jeden Punkt sei z der Abstand von der Äquatorebene, d der Abstand von der Achse, beide in Einheiten des Kugelradius R gemessen. φ sei der Längenwinkel von einer willkürlich gewählten Nullrichtung aus gemessen. Da div $\mathfrak{v}=0$ ist, kann \mathfrak{v} durch ein Vektorpotential \mathfrak{A} dargestellt werden, gemäß

$$\mathfrak{v} = \operatorname{rot} \mathfrak{A} \,. \tag{26}$$

Für A gilt dann, wie Schwarzschild zeigt, die Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla^2 \mathfrak{A} = \frac{H_0^2}{4\pi \varrho \cdot R^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \nabla^2 \mathfrak{A}. \tag{27}$$

Von den verschiedenen möglichen Lösungen werden nun nur solche betrachtet, bei denen die Strombewegung $\mathfrak v$ lediglich in meridionalen Ebenen vor sich geht. Dann verschwinden die meridionalen Komponenten von $\mathfrak A$ und es bleibt lediglich eine azimutale Komponente A_{φ} . Für Lösungen der Gl. (27), die einer periodischen Schwingung des Sternes mit der Periode H entsprechen, wird dementsprechend der Ansatz gemacht

$$A_{\varphi} = [f(d) \cos(sz) + g(d) \sin(sz) + + b(d,z)] \frac{2\pi R^{2}}{H} \cdot \sin \tau$$
 (28)

mit

$$\tau = 2\pi \cdot \frac{t}{II} \tag{29}$$

und

$$s = \frac{2\pi R}{H} \cdot \frac{(4\pi \varrho)^{\frac{1}{2}}}{H_0}.$$
 (30)

Schwarzschild betrachtet nun zwei Typen von Schwingungen, die sich durch ihre Symmetrie relativ zum Äquator unterscheiden. Beim ersten geraden Typ ist U symmetrisch, beim zweiten ungeraden Typ antisymmetrisch zum Äquator. Dementsprechend

werden die Funktionen f(d), g(d) und b(d,z) in verschiedener Weise nach Potenzreihen von d und z entwickelt, die auf zwei Glieder beschränkt werden. Unter Übergehung der Rechnungen und unter Verzicht auf die Wiedergabe der formelmäßigen Ergebnisse, deretwegen auf die Originalarbeit verwiesen

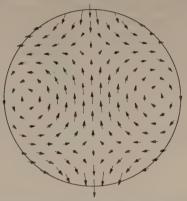


Abb. 24. Amplitudendiagramm der Geschwindigkeiten v für den geraden Schwingungstyp. (Nach M. Schwarzschild [38].)

werden muß, geben wir nur an, daß sich für s folgende Werte ergeben:

gerader Typ:
$$s = \sqrt{\frac{140}{27}} = 2,22$$
, (31)

ungerader Typ:
$$s = \sqrt{\frac{6}{5}} = 1,10$$
. (32)

Das Ergebnis der Lösungen veranschaulichen wir durch die Abb. 24—27, in denen für den geraden und

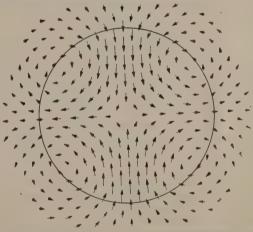


Abb. 25. Amplitudendiagramm der magnetischen Feldstärke b für den geraden Schwingungstyp. (Nach M. Schwarzschild [38].)

ungeraden Typ die Vektordiagramme der Amplituden der Geschwindigkeit v und des Magnetfeldes h dargestellt sind. Der gerade Typ entspricht in der Bewegung (Abb. 24) einer oszillierenden ringförmigen Zirkulation um einen Äquatorkreis, verbunden mit periodischer Schrumpfung und Ausdehnung in polaren Gegenden. Das zugehörige Magnetfeld (Abb. 25) ist ein typisches oszillierendes Quadrupolfeld mit gleichgerichteter Polarität an den Polen und entgegengesetzt gerichteter Polarität am Äquator. Das Feld im Zentrum ist dauernd gleich Null. Der ungerade Typ entspricht (Abb. 26) einer gleichphasigen Schrumpfung und Ausdehnung an beiden Polen und einer dementsprechenden Ausdehnung und Schrumpfung

in der Äquatorgegend. Das dazugehörige pulsierende Magnetfeld (Abb. 27) hat typischen Dipolcharakter in den äußeren Bereichen und ist nahezu homogen in den mittleren Teilen.

Bei beiden Typen werden die Maximalwerte der Feldstärke zu Zeiten erreicht, bei denen die Geschwindigkeit gleich Null ist.

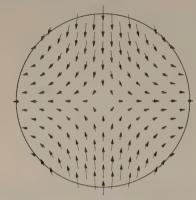


Abb. 26. Amplitudendiagramm der Geschwindigkeiten v für den ungeraden Schwingungstyp. (Nach M. Schwarzschild [38].)

Die Deutung der Beobachtungen bei HD 125248.

Es ist nun leicht ersichtlich, daß durch die Annahme des Vorhandenseins solcher Schwarzschildscher Schwingungen bei HD 125 248 die Beobachtungen qualitativ erklärt werden können. Wenn ein konstantes Magnetfeld H_0 vorhanden ist und der Sternkörper eine Schwarzschildsche Schwingung ausführt, deren Amplitude größer ist als H_0 , dann müssen

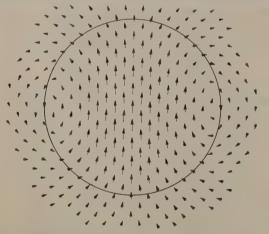


Abb. 27. Amplitudendiagramm der magnetischen Feldstärke b für den ungeraden Schwingungstyp. (Nach M. Schwarzschild [38].)

sich sowohl bei dem geraden, wie bei dem ungeraden Typ bei Beobachtung in Richtung eines Pols wechselnde Feldstärken ergeben, die sich mit ungleichen Amplituden im Rhythmus der Schwingung umpolen. Aus den von Babcock angegebenen Zahlenwerten von 8000 und 6000 Gß für die Extremwerte würde man, wenn sie als genügend verbürgt gelten dürfen, schließen, daß H_0 am Pol ungefähr den Wert 1000 Gß besitzt, was größenordnungsmäßig mit den bei 78 Vir und γ Equ gefundenen Werten übereinstimmt. Die Amplitude von $\mathfrak h$ würde dann etwa 7000 Gß betragen. Nach Gl. (30) kann man nun aus der Periode H=9,2 Tage unter Einsetzung von Werten für R und ϱ gleich denen für den typischen A-Stern Sirius H_0

berechnen. Es ergibt sich für den geraden Typ 1·10 für den ungeraden 2·106 GB. Dieser Wert ist z deuten als Feldstärke im Innern des Sternes un wenn die Abnahme von 106 auf 103 GB von der Mitt bis zum Pol auch etwa eine Zehnerpotenz größer is als man erwarten sollte, so kann man doch bei de starken Vereinfachung des zugrunde gelegten Model zunächst nicht mehr erwarten. Schwarzschild zeig weiterhin, daß die aus seinen Formeln berechnet Geschwindigkeit sowohl nach Größe wie nach Phas mit den Beobachtungen im Einklang ist. Fragen w. schließlich nach der Ursache des allgemeinen Magnet feldes H_0 , so liegt es nahe anzunehmen, daß dasselb von der Rotation herrührt. Die größenordnungs mäßige Übereinstimmung von H_0 mit den bei 78 V_1 und y Equ beobachteten Polfeldstärken zeigt ja, da sich auch für HD 125248 ein Wert von D/U ergebe würde, der in die nach der Rotationshypothese z verlangende Größenordnung fällt. Außerdem könnt aber auch ein solches, durch die Rotation entstehende Magnetfeld mit einer höheren Berechtigung als ei von außen aufgeprägtes Feld betrachtet werden, al ein Feld, das durch denselben physikalischen Mecha nismus erklärt werden müßte wie die Pulsation selbst Allerdings bedürfte es noch einer besonderen theo retischen Untersuchung, wie weit die Pulsation durch die Rotation beeinflußt wird. Wenn also auch noch viele Fragen offen bleiben, so scheint doch die Schwarz SCHILDsche Rechnung zu zeigen, daß sich hier ein Weg öffnet, der auch für HD 125248 zu einem Ver ständnis der Beobachtungen führt, wobei die Rota tionshypothese keineswegs in ernstliche Schwierig keiten gerät, sondern im Gegenteil sinnvoll zur Deu tung herangezogen werden kann.

Pulsiert die Sonne?

Und nun kehren wir noch einmal zur Sonne zu rück. Die neuesten Beobachtungen hatten also er geben, daß das allgemeine Feld der Sonne zeitlich variabel ist und sich 1949 sogar umgekehrt hat. Zwakennen wir den wahren Verlauf noch in keiner Weise aber die bei HD 125 248 gemachten Erfahrungen legen nun die Vermutung nahe, daß auch die Sonne Schwarzschildsche Pulsationen ausführt. Gemäß Gl. (30) ist die Periode

$$H = \frac{2\pi R}{s} \cdot \frac{(4\pi \varrho)^{\frac{1}{2}}}{H_0}, \qquad (33)$$

die sich für die Sonne mit $R=7\cdot 10^{10}\,\mathrm{cm}$ und $\varrho=1,41\,\mathrm{gcm^{-3}}$ überschlagsmäßig berechnen läßt, sobald wir für H_0 einen Wert angeben können. Es ist zum mindesten nicht unplausibel, für H_0 den Wert vor etwa 3000 Gß einzusetzen, der der Rechnung vor Chapman [24] entspricht und mit der Maximalfeld stärke der Sonnenflecken übereinstimmt. Dann ergibt sich

gerader Typ: $H_g=9\,\mathrm{Jahre}$, ungerader Typ: $H_u=18\,\mathrm{Jahre}$.

Diese Werte stimmen in Anbetracht der großen Vereinfachungen, die hinsichtlich des Modells und der Rechnungen gemacht sind, so gut mit der 11 jährigen bzw. 22 jährigen Periode der Sonnenflecken überein daß man dem Gedanken an die Realität eines solcher Zusammenhanges nicht aus dem Wege gehen kann

on besonderem Interesse scheint hier der ungerade chwingungstyp mit der vermutlichen Periode von Jahren zu sein. Das ihm gemäß Abb. 27 zukommende ilsierende Dipolfeld würde also von 11 zu 11 Jahren ine Richtung umkehren und, wenn wir wie bei D 125248 annehmen, daß die Amplitude h_0 des alsierenden Feldes größer ist als das zeitlich konante Feld H_0 , so würde auch die Gesamtfeldstärke $=\mathfrak{H}_0+\mathfrak{h}$ sich, wenn auch mit etwas verschiedenen xtremwerten der beiden Polaritäten, umpolen. Das ürde aber nicht nur für das äußere, sondern auch ir das Feld im Innern gelten, vielleicht sogar in einerer Form, da bei möglicherweise gleichzeitigem orhandensein einer ungeraden und geraden Schwinung das Feld außen stark verzerrt werden, im Innern ber im wesentlichen durch die ungerade Schwingung estimmt sein würde, da im Innern bei der geraden chwingung gemäß Abb. 25 h stets gleich Null ist. line Umpolung des Feldes im Innern würde aber im inne der Alfvén-Walénschen Theorie für die Enttehung der Sonnenflecken zur Folge haben, daß sich on 11 zu 11 Jahren die Polarität der doppelpoligen lecken umkehrt, und damit würde auch der Teil es Haleschen Polaritätsgesetzes im Rahmen der ALFVÉN-WALÉNSchen Vorstellung seine Erklärung inden, dessen Deutung bisher — zum mindesten nach Ansicht des Referenten — unbefriedigend blieb.

Darüber hinaus würden nun auch keine zusätzichen Annahmen mehr erforderlich sein über die zeitiche Variabilität der Ursache der Fleckenentstehung. Es kann nunmehr ohne Schwierigkeit angenommen verden, daß die innere Turbulenzzone in unverändericher Stärke dauernd vorhanden ist. Aber die Enttehung der Walénschen Wirbelringe wird nun gesteuert durch den Wert H des Gesamtfeldes im Innern, las im Laufe von 11 Jahren ansteigt und abfällt nit — sagen wir — Nordpolarität und in den nächsten 11 Jahren wieder ansteigt und abfällt mit Südpolarität, wobei die Maximalamplitude um den Betrag $2H_0$ verschieden sein sollte. Da es plausibel ist, anzunehmen, daß die Häufigkeit der entstehenden Wirbel um so größer ist, je größer das Feld 5 ist, so würde sich daraus die 11 jährige Häufigkeitsperiode erklären.

Darüber hinaus scheint es auch möglich zu sein, die von Ludendorff [39] und Waldmeier [40] gefundenen, systematischen Unterschiede im Verlauf aufeinanderfolgender 11 jähriger Perioden auf Grund der Unterschiede der Maximalfeldstärken infolge gleicher oder entgegengesetzter Richtung von \mathfrak{H}_0 und \mathfrak{h} zu verstehen.

Eine Komplikation für die Alfvén-Walénsche Theorie entsteht allerdings dadurch, daß die el.-hy. Wellen, bzw. die Wirbelringe, nun nicht mehr in einem zeitlich konstanten, sondern zeitlich variablen Magnetfelde wandern. Wie dadurch die Laufzeit verändert wird, kann nur durch eine genauere Rechnung erklärt werden. Ebenso wäre es dringend erforderlich, die Perioden der bei der Sonne möglichen Pulsationen unter Berücksichtigung der Rotation, der Dichteverteilung und der Feldverteilung von \mathfrak{H}_0 zu berechnen. Dabei dürfte es besonders interessant sein, die von Chapman [24] unter der Annahme der universellen Kopplung von Rotation und Magnetismus berechnete Feldverteilung einzusetzen. Für die Polfeldstärke dürfte aber nicht mehr der Wert von 50 Gß

eingesetzt werden, der vielleicht eine maximale Amplitude des variablen Feldes $\mathfrak H$ darstellt, aber sieher nicht den Wert von $\mathfrak H_0$ an der Sonnenoberfläche entspricht. Ein Wert $H_p=5$ bis 10 Gß scheint heute den Beobachtungen eher gerecht zu werden. Nimmt man diesen an, so erniedrigt sich der Wert von $\mathfrak H$ für die Sonne von 2,0 auf 0,2 bis 0,4 und kommt damit dem Wert für die Erde überraschend nahe. Wir sehen also, daß nun die Rotationshypothese auch bei der Sonne nicht mehr auf grundsätzliche Widersprüche zu den Beobachtungen führt, daß im Gegenteil eine vorhandene Diskrepanz durch die neuen Gesichtspunkte beseitigt worden ist.

Schließlich liegt es nahe zu fragen, ob die hier vermutete Pulsation der Sonne sich nicht auch in anderer Weise als im Magnetfeld bemerkbar macht.

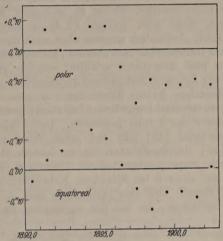


Abb. 28. Schwankungen des polaren und äquatorialen Sonnendurchmessers nach Beobachtungen von Schur und Ambronn [42] bearbeitet von Meyermann [44].

Da sie ja auch hydrodynamisch ist, muß man erwarten, daß pulsierende Strömungsvorgänge und damit verbundene Änderungen des Sonnendurchmessers vorhanden sind. Über den Sonnendurchmesser liegt ein umfangreiches Beobachtungsmaterial [41] vor, das aber einer sehr sorgfältigen, kritischen Sichtung unterzogen werden muß, ehe man daraus zuverlässige Schlüsse ziehen kann. Seit langem bekannt ist der sog. Secchi-Rosa-Effekt, demzufolge der Durchmesser der Sonne zur Zeit des Fleckenminimums ein wenig zunimmt. Von den zahlreichen weiteren Meßreihen ist in erster Linie die von Schur und Ambronn [42] am Göttinger Heliometer von 1890 bis 1902 sehr sorgfältig durchgeführte Meßreihe für die Diskussion der Frage geeignet. Die Messungen sind von MEYER-MANN [43] unter Berücksichtigung einer erst nachträglich erkannten, systematischen Änderung des Skalenwertes neu reduziert worden, zunächst ohne einen Unterschied zwischen polarem und äquatorialem Durchmesser zu machen. Auf Veranlassung des Referenten hat Meyermann [44] neuerdings diese Auswertung auch getrennt für polare und äquatoriale Durchmesser durchgeführt. Das Ergebnis ist aus Abb. 28 zu ersehen. Anscheinend ergibt sich — soweit ein solcher Schluß bei dem über 13 Jahre gehenden Material überhaupt möglich ist — eine 11 jährige Periode, die beim äquatorialen Durchmesser sehr deutlich, beim polaren weniger deutlich ausgeprägt ist. Die Ausgleichung unter Annahme einer Periode von

11 Jahren ergibt für die Amplitude der äquatorialen Pulsation $0^{\prime\prime}137\pm0.015$, für die der polaren $0^{\prime\prime}099\pm$ 0,028. Die positiven Maxima liegen bei 1893,9 für die äquatoriale und bei 1893,7 für die polare Schwingung und fallen mit der Zeit des Fleckenmaximums 1893,5 also praktisch zusammen. Dies Ergebnis läßt sich mit den Modellen von Schwarzschild und der hier versuchten Anwendung auf die Sonne wohl kaum in Einklang bringen. Denn bei der geraden Pulsation, der wir versuchsweise die Periode von 11 Jahren zugeschrieben haben, sollten äquatorialer und polarer Durchmesser, wie die Betrachtung von Abb. 24 lehrt, keine merkliche Änderung zeigen. Wollte man andrerseits die gefundene Pulsation mit dem ungeraden Typ von Schwarzschild identifizieren, so müßten, wie Abb. 26 zeigt, die äquatoriale und polare Schwingung um 180° in der Phase verschoben sein, was offensichtlich nicht zutrifft. Es ist zu bedauern, daß die Messungen nicht über weitere 11 Jahre fortgesetzt worden sind. Außerdem müssen aber auch die langen Meßreihen italienischer Astronomen, insbesondere von Respight und Armellini erwähnt werden; die seit 1876 bis zur Jetztzeit fortlaufend durchgeführt worden Dieselben haben allerdings nur mit Durchgangsinstrumenten kleiner Brennweite den äquatorialen Durchmesser der Sonne gemessen. Das vorliegende Gesamtmaterial [45] läßt sich nach einer von M. CIMINO [46] durchgeführten harmonischen Analyse gut durch Superposition einer 22jährigen Hauptperiode und einer 6 bis 8jährigen Nebenperiode darstellen. Obwohl hier also tatsächlich eine 22jährige Periode auftaucht, die bei der ungeraden Pulsation zu erwarten wäre, kann diesem Ergebnis doch vorläufig kaum eine entscheidende Bedeutung beigemessen werden. Denn die von den italienischen Astronomen gefundenen Schwankungen sind wesentlich größer (etwa 1") als die von Schur und Ambronn, so daß vorläufig Zweifel an ihrer Realität bestehen.

Die Situation ist also so, daß kleine periodische Schwankungen des Sonnendurchmessers vorhanden zu sein scheinen, ungefähr von der Periodenlänge, die zu erwarten ist. Die Dauer oder Genauigkeit der bisherigen Meßreihen reicht aber noch nicht aus, um auf die neu aufgetauchten Fragenkomplexe eine entscheidende Antwort geben zu können. Neue Meßreihen mit wesentlich verbesserten Instrumenten müßten in Gang gesetzt und in ihrer einheitlichen Durchführung sichergestellt werden für Zeiten, die sich über mindestens 22 Jahre erstrecken müßten. In instrumenteller Hinsicht hat Meyermann [44] hierfür bereits einen Vorschlag gemacht. Parallel damit müßten Messungen des allgemeinen Magnetfeldes der Sonne laufen, für deren Durchführung die von G. Thiessen [29] entwickelte Methode die Genauigkeit zu besitzen scheint, die erreicht werden muß, um über den räumlichen und zeitlichen Verlauf des allgemeinen Magnetfeldes ein klares Bild zu gewinnen,

Erst wenn die Ergebnisse solcher Messungen vo liegen, wird es voraussichtlich möglich sein, zu en scheiden, ob den hier vorgetragenen Vorstellungen e richtiger Gedanke zugrunde liegt oder nicht. W die Theorie der universellen Verknüpfung von Rota tion und Magnetismus betrifft, so könnte eine solch Hypothese nur dann aus dem Stadium einer Arbeit hypothese herauswachsen, wenn es gelingen würd dieselbe durch Laboratoriumsexperimente zu b stätigen, wozu nach Blackett [22] wenig Aussiel auf Erfolg besteht, oder dieselbe wenigstens in de Gebäude der physikalischen Gesetze harmonisch un fest einzubauen. Ob etwa die neue Theorie vo A. Einstein diese letztere Forderung erfüllt, ist de Referenten zur Zeit der Abfassung dieses Berichte nicht bekannt.

Literatur. [1] Waldmeier, M.: Astronom. Mitt. Züric Nr. 138, 447 (1937). — [2] Klüber, H. v.: Z. Astrophy 24, 121 (1947). — [3] Grotrian, W.: Naturwiss. 35, 32 353 (1948). — [4] Cowling, T. G.: M. N. 106, 218 (1946). — [5] Chapman, S.: M. N. 103, 117 (1943). — [6] Alfvén, H. Ark. Mat. Astr. Fys. 29 A, Nr. 11 (1943). — [7] Bjerknes, V. Ap. J. 64, 93 (1926). — [8] Biermann, L.: Z. Naturforsch, 5a, 65 (1950). — [9] Alfvén, H.: Ark. Mat. Astr. Fys. 29 Nr. 2 (1942). — [10] Hale, G. E.: Ap. J. 38, 27 (1913). — [11] Hale, G. E., F. H. Seares, A. van Maanen and J. Ellermann: Ap. J. 47, 206 (1918). — [12] Alfvén, H. Ark. Mat. Astr. Fys. 30 A, Nr. 12 (1943). — [13] Walén, C. Ark. Mat. Astr. Fys. 30 A, Nr. 15 (1944). — [14] Alfvén, H. M. N. 105, 382 (1945). — [15] Alfvén, H.: M. N. 105, (1945). — [16] Blanch, G., A. N. Lowan, R. E. Marsha and H. A. Bethe: Ap. J. 94, 37 (1941). — Marshak, A. N. and G. Blanch: Ap. J. 104, 82 (1946). — [17] Alfvén, H. Ark. Mat. Astr. Fys. 34A, Nr. 23 (1947). — [18] Elsasser Phys. Rev. 55, 489 (1939); 60, 876 (1941). — [19] Wilson H. A.: Proc. roy. Soc. 104, 451 (1923). — [20] Babcock H. W. Ap. J. 108, 191 (1948). — [22] Blackett, P. M. S.: Natur Lond. 159, 658 (1947). — [23] Chapman, S.: Ann. Géophy 4, 109 (1948). — [24] Chapman, S.: M. N. 108, 236 (1948). — [25] Runcorn, S. K.: Nature, Lond. 161, 462 (1948). — [25] Runcorn, S. K.: Nature, Lond. 161, 462 (1948). — [25] Runcorn, S. K.: Nature, Lond. 161, 462 (1948). — [25] Runcorn, S. K.: Nature, Lond. 161, 462 (1948). — [25] Runcorn, S. K.: Nature, Lond. 161, 462 (1948). — [25] Runcorn, S. K.: Nature, Lond. 161, 462 (1948). — [25] Runcorn, S. K.: Nature, Lond. 161, 462 (1948). — [25] Runcorn, S. K.: Nature, Lond. 161, 462 (1948). — [26] Hales, A. L., and D. I. Gough: Nature, Lond. 160, 74 (1947). — [27] Schwarzschild, M.: Ap. J. 106, 427 (1947). — 4, 109 (1948). — [24] Chapman, S.: M. N. 108, 236 (1948). — [25] Runcorn, S. K.: Nature, Lond. 161, 462 (1948). — [26] Hales, A. L., and D. I. Gough: Nature, Lond. 160, 74 (1947). — [27] Schwarzschild, M.: Ap. J. 106, 427 (1947). — [28] Thiessen, G.: Ann. Astrophys. 9, 101 (1946). — [29] Thiessen, G.: Z. Astrophys. 26, 16 (1949). — [30] Babcock H. D.: PASP 60, 244 (1948). — [31] Klüber, H. v., u. H. Müller: Diskussionsbemerkung, Astronom. Tagung. Bon 1949. — [32] Thiessen, G.: Observatory 69, 228 (1949). — [33] Nicholson, S. B., u. J. O. Hickox: PASP 61, 245 (1949). — [34] Babcock, H. W.: PASP 59, 260 (1947). — [35] Deutsch A. J.: Ap. J. 105, 283 (1947). — [36] Babcock, H. W.: PASP 61, 226 (1949). — [37] Babcock, H. W.: Ap. J. 116 (1949). — [38] Schwarzschild, M.: Ann. Astrophys. 2, 37 (1931). — [40] Waldmeier, M.: Astronom. Mitt. Zürie Nr. 133 (1935). — [41] Handbuch der Astrophys., Bd. IV. S. 106. Berlin: Springer 1929. — [42] Schur, W., u. I. Ambronn: Astronom. Mitt. Göttingen 3, Nr. 3 (1905). — [43] Meyermann, B.: A. N. 269, 114 (1939). — [44] Meyer Mann, B.: A. N. im Druck (1950). — [45] Gialanella, L. A. N. 273, 81 (1942). — Fortini, T.: Linc. Rend. Sc. 7, 30 (1949). — [46] Cimino, M.: Comm. Pont. Acad. Sci. Vol VII (1944). (1944).

Prof. Dr. W. Grotrian, Astrophysikalisches Observatorium Potsdam, (2) Potsdam, Telegraphenberg.

Buchbesprechungen.

Berger, R.: Einführung in das optische Rechnen und Zeichnen. Berlin: Duncker & Humblot 1950. VII, 216 S. u. 245 Abb. Hln. DMark 12.—.

245 Abb. Hln. DMark 12.—.

Der Zweck des Buches ist Ingenieuren, optisch Interessierten und Studierenden technischer, besonders feinwerktechnischer Fachschulen das optische Rechnen und Zeichnen

im sog. paraxialen Strahlengebiet nahezubringen und dami diesen Personenkreis zu befähigen, die vom optischen Fach mann gelieferten korrigierten optischen Systeme sinnvoll zu verwerten. Vom Leser werden nur die einfachsten algebra ischen und geometrischen Kenntnisse verlangt. Der Verf versucht mit Erfolg den etwas spröden Stoff durch rech ele tadellos ausgeführte Abbildungen und durch eine große izahl von aufschlußreichen Beispielen und Aufgaben, die sist der Praxis entnommen sind, schmackhaft zu machen. Itsprechend der gewählten Beschränkung auf das Gebiet r GAUSSSCHEN Optik sind die optischen Bildfehler nur ganz rz und lediglich begriffsmäßig erwähnt; das letzte Kapitel erdings behandelt etwas eingehender die Grundlagen der irbenkorrektion und bringt die HARTINGSCHEN Tabellen für etwas zwei verkitteten Linsen bestehenden Fernrohrobjektive.

Das recht gut ausgestattete Buch wird zweifellos vielen chtoptikern beim Umgang mit optischen Systemen und eräten wertvolle Dienste leisten. Sollten künftig die "Aufben" in kleinerem Druck gesetzt werden, so würde dies dem nfänger das Studium sicher erleichtern. H. Hartinger.

Westphal, W.: Physik. Ein Lehrbuch. 14. u. 15. Aufl. erlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1950. XII, 758 S. u. 0 Abb. 4°. Geb. DMark 29.70.

Nach einer langen Pause ist das bekannte Lehrbuch von ESTPHAL in einer neu bearbeiteten Auflage wieder erschienen. ie aus dem Vorwort zu ersehen ist, sind besonders die apitel Relativitätstheorie, Kernpbysik und Astrophysik und aysik des Weltalls neu geschrieben worden; auch in den origen Teilen finden sich Änderungen. Besonders erfreulich ind die in Fußnoten angegebenen Lebensdaten von rund OPhysikern. Die ganz unhistorischen früheren Auflagen urden mit Recht of bemängelt. Die Tabellen über die onstanten und Maßsysteme sind stark erweitert. Es finden in jetzt fast alle Daten darin, die man für Überschlagsehnungen gern schnell zur Hand hat.

Das Lehrbuch von Westphal hat sich in den vielen Jahren gut eingeführt, daß über seine Bewährung wohl keine eiteren Worte zu verlieren sind. Man kann natürlich darüber reiten, ob die gewählten Maßsysteme die richtigen sind. ber diese Frage sind in letzter Zeit so viele verschiedene einungen geäußert worden, daß es wohl hier nicht am Platz t, diese leidige Diskussion noch weiter zu führen. Westphal at den Weg genommen, am Anfang der Elektrostatik bereits ie verschiedenen Maßsysteme zu besprechen, obwohl für den eser die verschiedenen Gesichtspunkte erst klar werden, enn er die gesamte Elektrizitätslehre von Grund auf kennt.

In den schon erwähnten neu geschriebenen Kapiteln ist ereits der Stoff der allerneuesten Forschung behandelt; uch manche Probleme, die noch keine Klärung gefunden aben, sind erwähnt. Diese bewußte Aktualität ist schon nmer ein Kennzeichen für die Eigenart dieses Buches gewesen. dem Kapitel "Physik der Atomkerne" sind einige kleine inklarheiten zu finden, die bei einer Neuauflage wohl zu erichtigen sind. Es ist z.B. bei der Entdeckungsgeschichte es Neutrons gesagt, daß Bothe und Becker eine sehr durchringende Strahlung gefunden hätten, die später von Chadиск als Neutronenstrahlung gedeutet worden sei. Ähnliche Darstellungen finden sich leider in sehr vielen Büchern. In Virklichkeit haben BOTHE und BECKER eine sehr durchlringende Gammastrahlung gefunden, die auch tatsächlich orhanden ist. Die Neutronen konnten sie mit der damaligen ersuchsanordnung gar nicht finden. Erst durch die Versuche on Curie und Joliot über die Auslösung von Rückstoßrotonen kam dann Chadwick dazu, daß außer der Gammatrahlung noch Neutronen bei dieser Reaktion ausgesandt

Noch einige Darstellungen und auch Druckfehler wären n einer neuen Auflage zu korrigieren.

Im Ganzen gesehen, ist es immer wieder beeindruckend, aß auf den 740 Seiten ein Abriß der heutigen Physik gegeben werden kann, trotzdem in den letzten Jahrzehnten eine so ußerordentlich stürmische Entwicklung mit vielen grundgenden Erkenntnissen eingesetzt hat. Auch in seiner neuen orm wird daher dieses Lehrbuch seine Beliebtheit bei den Studenten behalten, die ihm auch in jeder Weise zu wünschen genacht.

Der Briefwechsel zwischen Otto Schott und Ernst Abbe iber das Optische Glas (1879—1881). Bearbeitet von Herbert Kühnert. Band II der Veröffentlichungen der hüringischen Historischen Kommission. Jena: Gustav Ficher 1946. 342 S.

KÜHNEET hat mit der Veröffentlichung des umfangeichen Briefwechsels zwischen Авве und Schott, welcher

der Übersiedung des letzteren von Witten nach Jena vorausging, eine dankenswerte Tat vollbracht. Er hat nicht unrecht, wenn er an der etwas einseitigen historischen Darsteilung M. v. Rohrs Kritik übt, die den großen westfälischen Glasmacher allzusehr in den Schatten des Jenaer Professors gedrängt hat, wobei man sich freilich hüten muß, in das Gegenteil zu verfallen und der überlegenen menschlichen und geistigen Größe Ernst Abbes Abbruch tun zu wollen.

Im Vorwort weist KÜHNERT zunächst auf die von CZAPSKI herrührende irrige Darstellung hin, wonach Schott zu seiner Fühlungnahme mit Abbe durch dessen Bericht über den Besuch der Londoner Internationalen Ausstellung vom Jahre 1876 angeregt worden sei. Nach KÜHNERT hat SCHOTT zum ersten Mal bei seinem Besuch in Jena am 4. 1. 1881 von diesem Bericht Kenntnis erhalten.

Der Briefwechsel beginnt mit einem Schreiben Schotts an Abbe vom 27. 5. 1879, in dem um die optische Untersuchung eines kurz zuvor erschmolzenen (allerdings schon seit 1876 geplanten) Lithiumglases gebeten wird. Abbe zeigt sofort großes Interesse und Entgegenkommen, muß allerdings die betrübliche Feststellung machen, daß sich das übersandte "Lithiumcrown weder in dem absoluten Werte der Brechung noch in der Gesamtdispersion von den gewöhnlichen Crownglasarten erheblich unterscheidet". Die geringfügige Abweichung liegt zudem "gerade nach der entgegengesetzten Seite des Erwünschten". In klarer Erkenntnis der möglichen Konsequenzen dieses Versuches bemüht sich Abbe jedoch im letzten Abschnitt des Antwortschreibens, dem jungen Glaschemiker Mut zuzusprechen und ihn zur Fortsetzung der Versuche anzuregen. Einer solchen Aufforderung hätte es allerdings kaum bedurft, denn die folgenden 260 Seiten des Briefwechsels zeigen, mit welcher verbissenen Zähigkeit Sснотт dem wenig aussichtsreich erscheinenden Ziel nachjagt. Er läßt sich auch dadurch nicht abschrecken, daß Abbe einen dritten Brief vom 8.8.1879 erst im Dezember beantwortet und auch in der Folge die Korrespondenz häufig etwas nach-

Erst im März 1881 werden die ersten wirklichen Erfolge erzielt mit 3 Phosphorsäuregläsern, denen Aluminium-, Bleiund Bariumoxyd beigemischt ist. Sie "sind von tadelloser Weiße, scheinen nicht merklich hygroskopisch und stellen merklich andere Verhältnisse der optischen Eigenschaften dar als alle bis jetzt bekannten Gläser", bemerkt Abbe erfreut. Durch diesen Erfolg ist nun keineswegs, wie so oft im wissenschaftlichen Leben, das Eis gebrochen. Es gibt wohl wenige Gebiete der Technik, in denen der Aufwand in einem so schlechten Verhältnis zum Nutzen gestanden hätte, wie in den zähen und unermüdlichen Schmelzarbeiten Schotts während des Jahres 1881.

Interessant ist der Aufschluß, den KÜHNERT über die ersten Zusammenkünfte zwischen Abbe und Schott während des Jahres 1881 gibt: Anfang Januar in Jena, Ende April in Witten, Anfang September in Frankfurt und Witten, Anfang Dezember in Jena mit anschließender Fahrt in den Thüringer Wald. Während die kostspielige Versuchsarbeit zu einem großen Teil von Abbe bzw. der Jenaer Optischen Werkstätte finanziert wird, eröffnet Schott Anfang Mai in Witten eine Deckglasfabrikation, die durch Ausschaltung der Birminghamer Konkurrenz offenbar recht schnell zu einem ersten, wenn auch bescheidenen Zweig rentabler Fertigung führt. Trotzdem bemüht er sich in diesem und den folgenden Monaten vergeblich um eine Stelle als Dozent für Chemie beim Frankfurter Physikalischen Verein, der gleichen Institution, an der Abbe zwei Jahrzehnte zuvor als Physiker gewirkt hatte.

Die Veröffentlichung von KÜHNERT sehließt manche Lücke in unserer Kenntnis vom Beginn der Beziehungen zwischen Ernst Abbe und Otto Schott. Dem Bearbeiter des aufschlußreichen Briefwechsels gebührt deshalb der Dank aller, die am Werden der Jenaer Stiftungsbetriebe interessiert und vom Glauben erfüllt sind, daß ihre Weiterentwicklung eines Tages wieder in die Bahnen einmünden wird, die von diesen beiden großen Wissenschaftlern vorgezeichnet wurden.

N. GÜNTHER.

Tietze, Heinrich: Gelöste und ungelöste mathematische Probleme aus alter und neuer Zeit. 2 Bände. München: Biederstein-Verlag 1949. 559 S. u. 174 Abb. DMark 25.—.

Das Buch ist herausgewachsen aus Vorlesungen "für Hörer aller Fakultäten", die der Verf. zum ersten Mal im Wintersemester 1932/33 und dann nochmel im Wintersemester 1935/36 an der Universität München gehalten hat. Dabei war vor

allem an die Studierenden mathematikfremder Fachrichtungen gedacht, wie der Verf. im Vorwort ausdrücklich erwähnt. Der unterzeichnete Ref. entnimmt daraus nachträglich, daß er als junger Mathematikstudent im Wintersemester 1932/33 eigentlich per nefas diese Vorlesungen besucht hat. So soll denn diese Besprechung zugleich dem Versuch einer späten Rechtfertigung dieses im zweiten Studiensemester begangenen "Fehltritts" dienen.

Der Stil des Buches (ebenso wie der seinerzeitigen Vorlesung) verzichtet zwar völlig auf die in mathematischen Lehrbüchern übliche (manchmal allerdings auf Kosten der Lesbarkeit auch übertriebene) Straffheit der Darstellung, dagegen keineswegs auf die für den Verf. charakteristische Gründlichkeit. Ein beginnender Mathematikstudent kann sich natürlich aus diesen 14 Vorlesungen "für Laien und Freunde der Mathematik" keineswegs das auf bequeme Weise aneignen, was er in seinem Studium erarbeiten muß; noch weniger findet ein Physiker darin einen wesentlichen Teil des für ihn notwendigen mathematischen Rüstzeugs. Wohl aber kann der beginnende Mathematikstudent durch dieses Buch viele nicht nur historisch reizvolle Fragestellungen kennenlernen, deren systematische Behandlung im Laufe seines Studiums er nach einer solchen Einführung mit um so größerem Interesse erwarten wird. Darüber hinaus kann ihm das Buch ebenso wie jedem Laien eine Ahnung davon vermitteln, daß ihm die Schulmathematik nicht nur stofflich, sondern auch an der Vielge-staltigkeit mathematischer Überlegungen gemessen nur einen sehr kleinen Ausschnitt mathematischen Denkens bieten konnte. Aber auch denjenigen, die ihr Studium bereits abgeschlossen haben, darunter besonders denjenigen, die an einer höheren Schule Mathematikunterricht geben, wird teils bereits Bekanntes wieder ins Gedächtnis gerufen, teils auch manche neue Anregung gegeben, die sich zur Belebung des Unterrichts verwerten läßt. Gerade auf diese Weise könnte mittelbar ein Hauptzweck dieser "Vorlesungen für Laien und Freunde der Mathematik" erreicht werden.

Übrigens sind diejenigen Teile beider Bände, in denen sehr ausführliche Anmerkungen zusammengefaßt sind, eine wahre Fundgrube an mathematisch-historischen Einzelheiten und Literaturhinweisen, von denen auch dem Fachmathematiker nicht alles bekannt oder geläufig sein wird.

Die um der besseren Verständlichkeit willen gewählte breite Darstellung ist wohl teilweise allzu ausführlich, weil auch von den Laien, die als Leser in Betracht kommen, gewisse Vorkenntnisse an Schulalgebra und Schulgeometrie vorausgesetzt werden durften. Druck und Ausstattung (mit zahlreichen Bildern) sind gut. Sie entsprechen dem, was das Buch im Sinne seines Verf. sein sollte: man kann es am besten wohl als mathematisches Lesebuch bezeichnen, das an Hand der verschiedenartigsten Beispiele, von Primzahlen und Primzahlzwillingen über Winkeldreiteilung und Kreisquadratur bis zum Vierfarbenproblem und zur "sogenannten Raumkrümmung", um nur einiges zu nennen, den Geschmack an mathematischen Dingen zu wecken und zu bilden sucht, in ähnlicher Weise, wie es die Aufgabe eines deutschen Lesebuches ist, den Sinn für gute Literatur zu wecken.

Bandow, Fritz: Lumineszenz, Ergebnisse und Anwendungen in Physik, Chemie und Biologie. Stuttgart: Wissenschaftliche Verlagsgesellschaft m. b. H. 1950. 263 S. u. 80 Abb. 8°. DMark 26.—.

Das wissenschaftliche Schrifttum, das die Forschungsergebnisse auf dem Gebiete der Lumineszenz, insbesondere in flüssiger und fester Phase, zusammenfassend behandelt ist zwar in England, Holland, Amerika und höchstwahrscheinlich in Rußland sehr reichhaltig, nicht aber in Deutschland. Das

vorzügliche Buch von N. RIEHL aus dem Jahre 1941 wir wie das bei einem in rascher Entwicklung befindlichen Gebi nicht anders zu erwarten ist, nicht mehr in allen Teilen unsere heutigen Kenntnissen gerecht, wenn auch sein fördernd Einfluß auf dem Gebiet der anorganischen Kristallphospho noch heute zu spüren ist. Sein Nutzen und seine Stärke lage in der gründlichen modernen Bearbeitung eben des genannte verhältnismäßig kleinen Teilgebietes der Lumineszenz. Ba pows Buch gibt im Gegensatz dazu einen Gesamtüberblich über unsere Kenntnisse auf dem Gebiet der Lumineszer unter Einschluß organischer Stoffe, Flüssigkeiten und Ga-und schließt damit eine empfindliche Lücke im Schrifttun Diese Behandlung des Gesamtgebietes unter gemeinsamer Gesichtspunkt aus ist um so notwendiger, als die Teilgebiet z. B. die Lehre von den Kristallphosphoren und die Lehre von den organischen Luminophoren, Spezialgebiete mit vielfach ve schiedenen Methoden und Modellen sind, weshalb auch d Aufgabe, der sich der Autor gegenüber sah, wahrscheinlich schwieriger war, als die von ihm gegebene glatte Darstellun vermuten läßt. Infolge der Gesamtanlage des Buches kan der Autor sich die Bequemlichkeit nicht leisten, Tatsache von der Betrachtung auszuschließen, die sich einem Mode bzw. einer Theorie nicht fügen. Zum Beispiel war RIEHL noc der Ansicht, daß "die mit Seltenen Erden aktivierten Phos phore . . . nicht zu den Kristallphosphoren zu rechnen" sin (N. Riehl, Physik und Technische Anwendung der Luminer zenz, Berlin 1941, S. 48), offenbar weil deren Linienspektrur dem sonst sehr fruchtbaren Bändermodell zu widerspreche schien. Bandow hingegen mißt den Resultaten, die mit solche Präparaten zufolge der Analysierbarkeit der Emissionsspektre gewonnen werden konnten, offenbar besondere Bedeutung be (S. 180ff.). Wie weit der Verf. den Rahmen seiner Darstellun gewählt hat, lassen schon die Überschriften der 8 Teile de Buches erkennen: Einleitung, Experimentelle Verfahrer Die Fluoreszenzspektren, Fluoreszenzvermögen und Fluores zenzauslöschung der Moleküle, Die Abhängigkeit der Lum neszenz vom Zustand organischer Moleküle, Die anorganische Phosphore, Die Erregung der Lumineszenz durch Elektronen-Röntgen- und α-Strahlen, Lumineszenz und Photochemie Wie man sieht, ist der Stoff im großen ganzen phänomenologie gisch geordnet. So findet man z.B. in dem Teil III, "Fluc reszenzspektren", zunächst ein Kapitel über die Linien fluoreszenz der Seltenen Erden in im wesentlichen anorgani schen Systemen als Beispiel von Spektren einfacher Ionen sodann aber Kapitel über die Spektren vielatomiger organi scher Moleküle. Andererseits wird dieses Ordnungsprinzi nicht gewalttätig durchgeführt, wenn der Autor der Meinun ist, daß die innere Verschiedenheit des äußerlich gleicher Phänomens an unterschiedlichen Stoffklassen eine verglei chende Behandlung nicht rechtfertigt; dieser Fall liegt z. B bei der Behandlung der Energiewanderung vor, die in Gase und organischen Systemen gemeinsam in Teil IV behandel wird, wohingegen man die Energiewanderung in anorganische Phosphoren, weil sie dort auf einem grundsätzlich anderei Wege erfolgt, getrennt im Teil VI "Anorganische Phosphore findet. Obgleich der Verf. betont, daß er aus dem vorhandenen riesigen Material auswählen mußte, enthält seine Darstellung doch eine ungemein große Anzahl von Einzeltatsachen, derer Herkunft durch sorgfältiges Zitieren nachgewiesen wird Dabei werden die mitgeteilten Tatsachen ihrer Individualitä nicht beraubt; man hat durchaus den Eindruck, daß eine vor sichtige Hand am Werke war. Auch wird immer für Klarhei der Begriffe gesorgt; da die Forschungsergebnisse manchma verschiedenen "Schulen" mit differierender Ausdrucksweis entstammen, ist die Sorgfalt des Autors wohl angewandt Der Ref. zweifelt nicht daran, daß das Buch weite Verbreitung finden wird, seiner Meinung nach verdientermaßen.

P. BRAUER.